

**22 DICEMBRE 2022**

**CLASSE QUINTA PRIMARIA AGAZZANO - Antonella Varesi**

Oggi sono entrata in classe, ho preparato un tavolino ricco di materiali di ogni genere, nastri, fili di lana, bottoni, ceci, cotton fioc, stuzzicadenti, mollette ecc...; ogni alunno ha preso un foglio da disegno e si è cimentato nella seguente consegna:

**FATE UNA CREAZIONE MATEMATICA CHE ABBA COME TEMA IL LEGAME TRA FRAZIONI E NUMERI DECIMALI**

La classe è composta da 19 alunni di cui 4 neo-arrivati che non avevano sperimentato ovviamente le creazioni matematiche pertanto abbiamo provato a spiegare loro il tipo di attività da svolgere, in un primo momento hanno preferito osservare i compagni lavorare individualmente e poi hanno deciso di provare a fare la loro creazione matematica. Ogni alunno ha poi provveduto a stendere la descrizione della propria creazione senza farla leggere ai compagni. qui di seguito allego le immagini delle creazioni e le relative spiegazioni.

Farei una premessa prima di analizzare i prodotti dei bambini. Teniamo sempre presente che queste sono creazioni con cui i bambini non esprimono significati matematici corretti ma idee che fluiscono liberamente per semplice associazione, quindi non vanno ovviamente valutate rispetto alla correttezza matematica. Servono solo come pretesto per rilanciare verso la matematica. Emergono anche i problemi di linguaggio associati alle frazioni, un linguaggio nuovo da imparare e da collegare a significati nuovi da dare a questi nuovi numeri che i bambini non riescono ancora a collocare nel loro universo numerico. Dalle creazioni si vede chiaramente che nelle loro teste c'è già molto, alcune cose prettamente scolastiche (il prevalere in alcuni di una preoccupazione per la scrittura del numero decimale), altre più di concetto, qualcosa che tutti insieme vale la pena di ri-costruire dando senso a tutto ciò che hanno prodotto. Veramente bravi!!! Io tenterò una lettura matematica per far affiorare alcuni punti critici che le creazioni ci offrono come occasioni per ripensare a questo legame tra frazioni e decimali che passa necessariamente attraverso la costruzione delle classi di equivalenza. Condividiamo anche la differenza di significato tra numero decimale (generato da frazioni decimali) e numero razionale generato da una qualsiasi frazione (i numeri periodici sono dei razionali ma non sono generati da frazioni decimali).

LUCA

PARTE CHE USI LA TRAVE

0 15 25 35 45  
0,5 1 2 3 4 5

→ LA SUA FRAZIONE SAREBBE  $\frac{2,5}{5,0}$

USI QUESTA PARTE

15 cm 20 cm

↓  
20 cm  
↓  
SU QUESTO NE USI 15 CM

QUINDI LA FRAZIONE DI QUESTO ESEMPIO E  $\frac{15}{20}$

IL LEGAME TRA FRAZIONE E NUMERI DECIMALI E' FORTISSIMAMENTE UGUACE PERCHE' SE TU HAI UNA LINEA DI NUMERI DECIMALI, DI 5 CM E NE USI 2,5 PER FARE PER ESEMPIO UNA TRAVE NE HAI USATI 2,5 SU 5,0, STESSA COSA CON LE FRAZIONI PERCHE' SE HAI UN INTERO DI 20 CM E NE USI 15 LA SUA FRAZIONE E  $\frac{15}{20}$  E QUINDI COME PER I DECIMALI NE HAI USATA UNA PARTE SULL' INTERO.

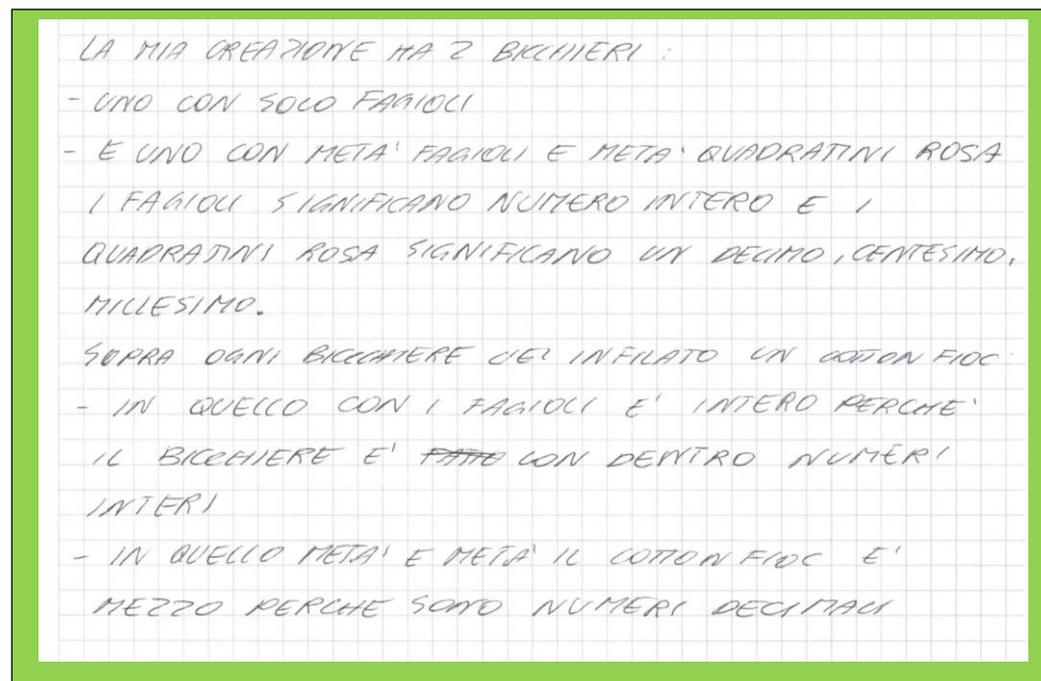
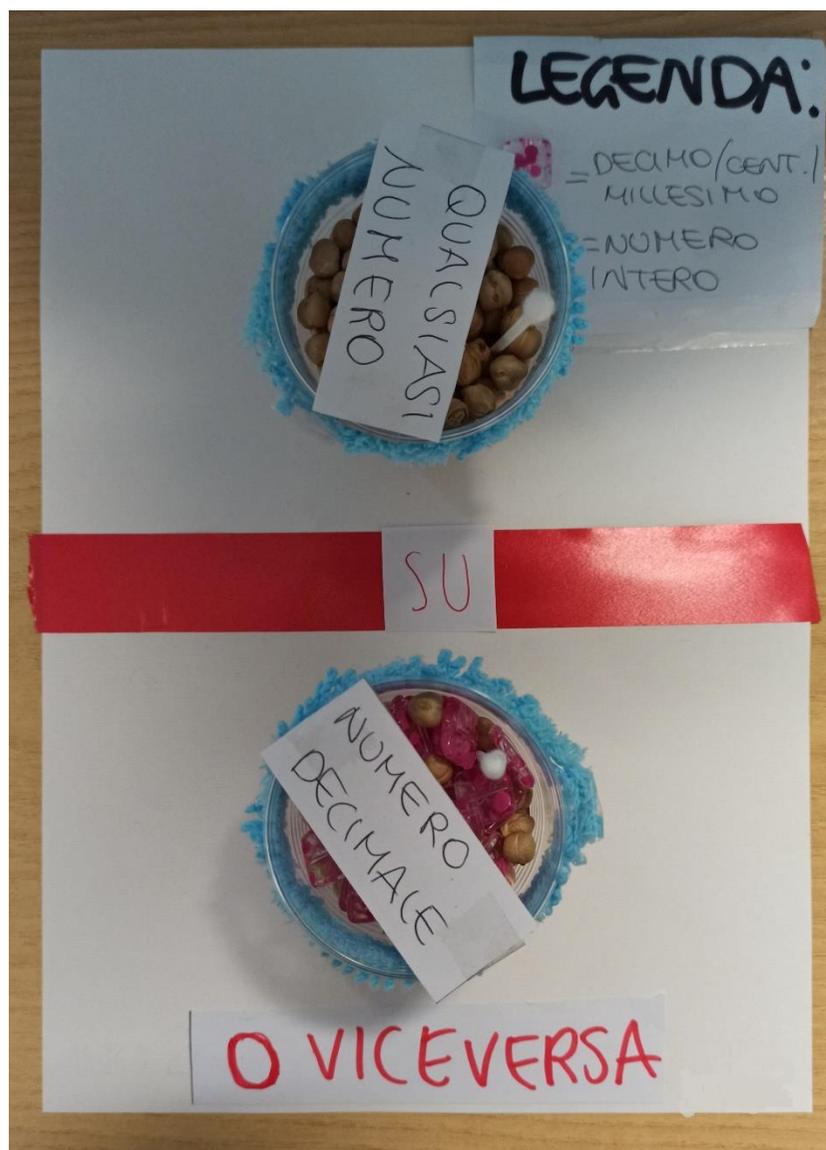
Luca ha un'idea di frazione come frazione propria, cioè una parte su un intero. Ora utilizza numeri decimali, ora numeri interi tuttavia rimane ancorato all'idea di parte/intero

Questa scrittura dovrebbe farci riflettere sul fatto che per la matematica le frazioni sono sempre e solo costituite da una coppia di numeri naturali, di cui uno dice in quante parti si deve dividere un intero (denominatore, dà il nome alla frazione ed è un numero ordinale) e l'altro quante parti vogliamo considerare (numeratore, numero di parti, numero cardinale). Non esistono le frazioni con i numeri decimali al numeratore e al denominatore! Che senso ha fare 5,0 parti... fare 5 parti va bene ma come si fa a prenderne 2,5? 2,5 è già una frazione, è un altro modo di rappresentare  $\frac{25}{10}$ ... Quel che sta facendo Luca in realtà è ragionare sul rapporto tra lunghezze (scrive infatti  $\frac{2,5}{5,0}$ ), ha fatto la metà della lunghezza del righello, 2,5 cm sta due volte in 5,0 cm (o quello che è...).

Quindi può dire che un pezzo da 2,5 cm è la metà di un pezzo da 5 cm. La frazione è  $\frac{1}{2}$  non  $\frac{2,5}{5,0}$ .  $2,5 : 5(,0) = 0,5$  è il rapporto, quindi il segno di frazione potrebbe essere sostituito da una divisione in questo caso.

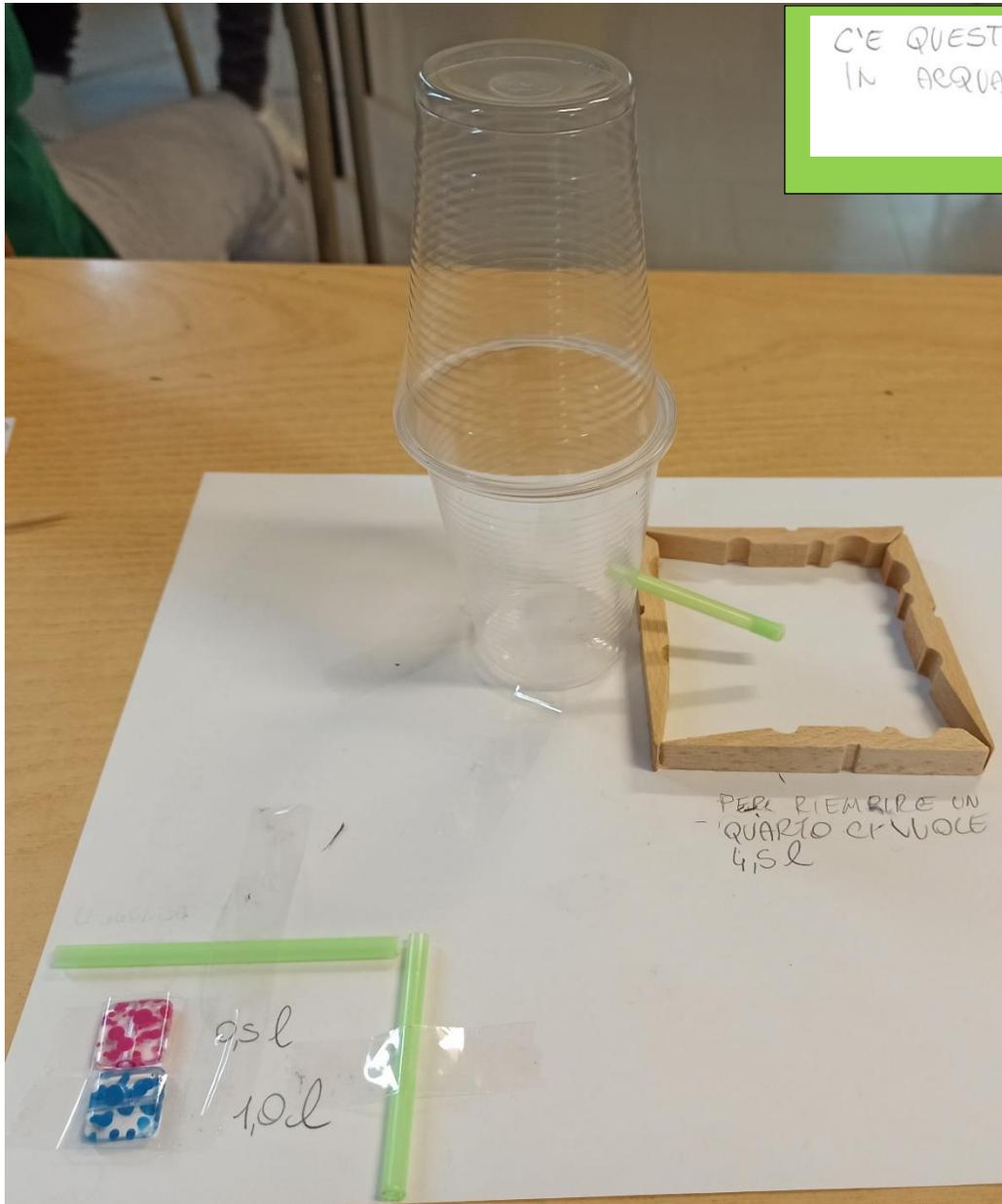
Nel secondo caso invece abbiamo 15 cm confrontato con 20 cm ed è vero che possiamo anche leggerlo come  $\frac{15}{20}$  ma solo se abbiamo fatto 20 parti della lunghezza 20 cm e ne consideriamo 15 cm. Luca dà per scontato che ogni cm sia  $\frac{1}{20}$  dell'intero righello che però è vero. Il caso precedente potrebbe essere indice dell'esistenza di un misconcetto relativamente al concetto di frazione che va preso in considerazione e che anche noi adulti abbiamo molto spesso dovuto affrontare. Si risolve solo facendo appello alla definizione matematica di frazione e ragionando insieme dovrebbe poi essere superato.

MARTA



Anche qui abbiamo una rappresentazione fantasiosa del legame tra frazioni e decimali. È curioso che i quadratini rosa possano essere in differenziate decimi, centesimi, millesimi.. vuol dire che sono la parte decimale del numero, forse. Questo è un punto su cui si potrebbe discutere. La linea rossa con la parola su in realtà sembra appresentare una linea di frazione. Ma se diamo questo significato alla linea è ovvio che non quadra con la collocazione dei numeri indicata dai due vasetti, si presterebbe alle stesse considerazioni che ho appena fatto per la creazione precedente. In realtà il bambino ha voluto rappresentare in qualche modo il fatto che esiste questo legame tra frazioni e decimali e per visualizzarlo ha usato la simbologia delle frazioni unendola a quella dei decimali. Molto interessante!

C'È QUESTA MACCHINA CHE PRENDE I QUADRATINI E LI TRASFORMA  
IN ACQUA PER RIEMPIRE LA PISCINA



Potrebbe diventare una situazione problema?

Per riempire  $\frac{1}{4}$  di piscina servono 4,5 l di acqua.

Possibili domande:

- Quante tessere ti servono per riempire tutta la piscina?
- Se vuoi utilizzare solo le tessere rosse quante te ne servono?

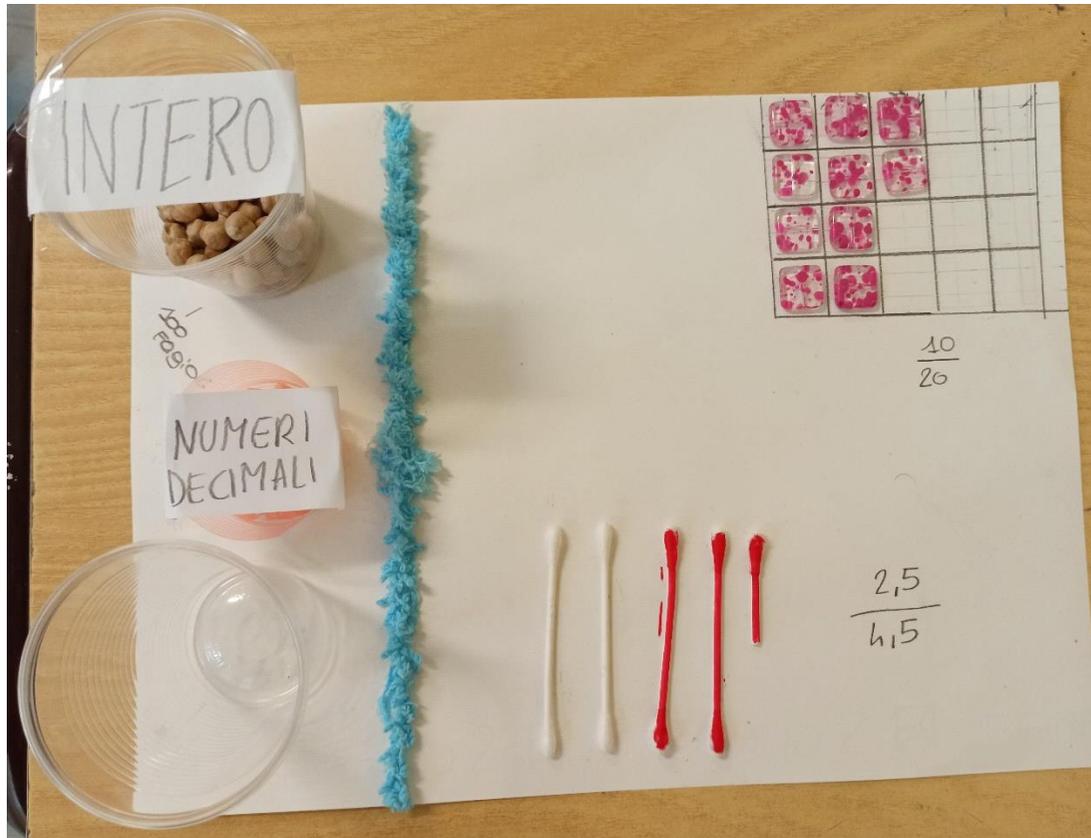
Qui è molto interessante l'idea che quadratini (discreti) diventino poi un continuo e abbiamo anche una relazione ben precisa tra n. quadratini e litri di acqua (Tabella moltiplicativa)

1 quadratino vale 0,5 l

2 quadratini 1 l

3 quadratini 1,5 l

E così via... Poi c'è questa storia del quarto di piscina che mi fa venire in mente i problemi di Guidoni sul quarto di pizza... Valeria li potrebbe condividere. Importante l'idea della macchina che poi viene ripresa anche da altri che ci potrebbe servire per costruire l'idea di numero razionale... questo però dobbiamo vedercelo a parte.

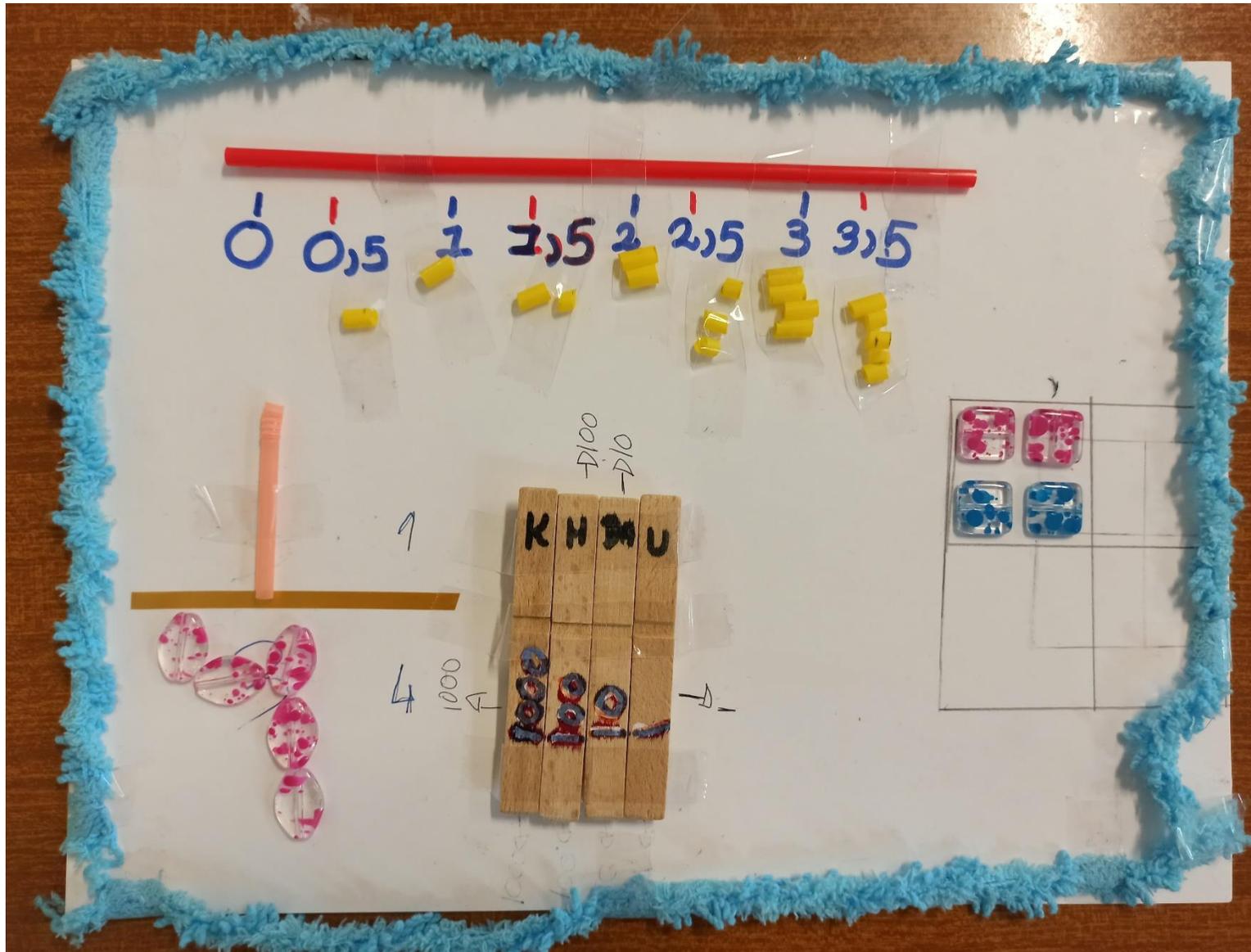


Emerge l'idea di frazione come rapporto tra la parte e intero. Propone esempi di frazioni proprie

Qui torniamo a riflettere  $2,5/4,5$  e sul significato di quella linea di frazione. Lucia sta facendo un confronto tra il totale delle cannucce e una loro parte ma questo non si esprime con quella "frazione" perché non è una vera frazione. Se dividiamo un cotton-fioc in 10 parti, il mezzo cotton-fioc prende 5 parti alla fine abbiamo 45 parti uguali ciascuna di  $1/10$  ( $45/10$  frazione impropria) e quelle colorate di rosso sono  $25/10$  (altra frazione impropria). Questo è il ragionamento con le frazioni...

Se dividiamo  $2,5$  per  $4,5$  troviamo un numero periodico  $0,(5)$  perché tra i divisori di  $4,5$  c'è anche il 3, non solo 2 e 5. Molto fantasiosa la storia dei fagioli con il pezzo di cannuccia: 30 fagioli interi + 1 cannuccia che rappresenta i decimali.. ma di che cosa.. qui basa solo alla scrittura non al significato che ci sta sotto.

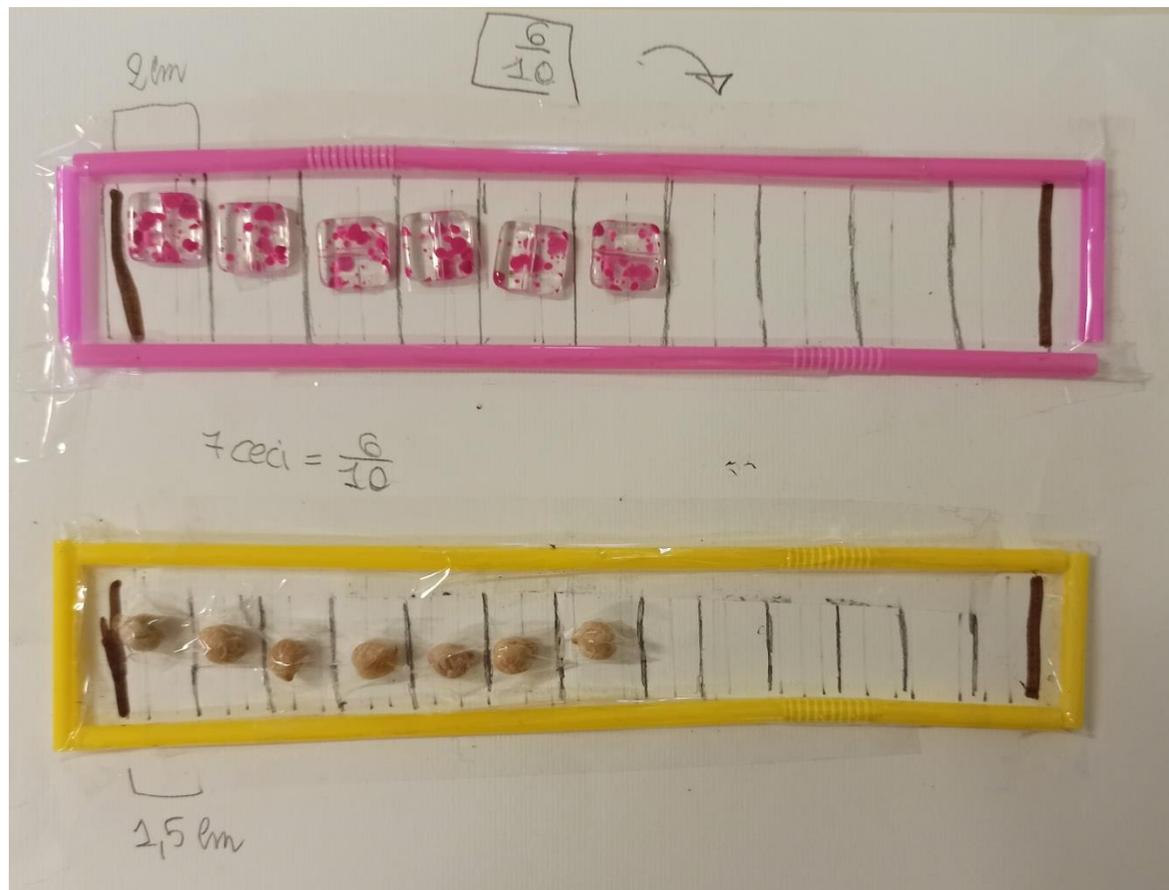
NEL PRIMO BICCHIERE (INTERO) CI SONO 100 FAGIOLI CHE RAPPRESENTANO L'INTERO,  
IL BICCHIERE VUOTO SERVE PER METTERCI DENTRO LA PARTE DI INTERO  
CHE MI SERVE ES:  $\frac{30}{100}$  METTO 30 FAGIOLI NEL BICCHIERE VUOTO.  
L'ULTIMO BICCHIERE (NUMERI DECIMALI) È PER FARRE  $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$  METTO UN PEZZO  
DI CANNUCCIA NEL BICCHIERE CON DENTRO 30 FAGIOLI.  
POI CI SONO ALCUNI ESEMPLI DI FRAZIONI CON I NUMERI DECIMALI E  
SENZA.



Potrei chiedere dove posizioni  $\frac{1}{4}$  sulla retta?

Sotto il 3 e il 3,5 i conti con i pezzettini di cannuccia mi sembra che non tornino... C'è la tabella di U DA H K (scolastica) e la frazione  $\frac{1}{4}$  che si potrebbe collegare con la rappresentazione a destra: 4 parti +- uguali, in una parte 4 quadratini... viene da chiedersi quanti sarebbero i quadratini se si mantiene la stessa regola di 4 per ogni quarto... e mi sembra una bella occasione per parlare di frazioni come operatori di grandezze discrete. Anche chiedere dove mettere  $\frac{1}{4}$  sulla retta è una buona idea.

DENISE



### CREAZIONE MATEMATICA

22/12/22

HO FATTO QUESTA CREAZIONE PERCHE' ~~7~~ 7 CECI DA 1,5 cm ~~È~~ UGUALE A 6 DA 2 cm. HO PRESO 6 CANNUCIE 3 DI ROSA, TRE DI GIALLO, DUE CANNUCIE DI ROSA E GIALLO. HO FATTO 10 RETTANGOLI DA DUE cm E POI DI GIALLO 11 QUADRATINI ~~HO~~ ~~HE~~ DA 1,5 cm E HO MESSO 7 CECI LE RIGHE MARRONI SONO I CONFINI.

Il suo tentativo era di trovare una frazione equivalente a  $6/10$ , ma non ci è riuscita in quanto  $7/13 = 10,5$  cm (striscia gialla) mentre  $6/10 = 12$  cm (striscia rosa)

Un altro problema sta nel fatto che i due interi non sono uguali

Secondo me Denise sta confrontando lunghezze (i quadratini e i ceci in realtà servono solo per segnare il posto, per contare), vede che potrebbe raggiungere la stessa lunghezza facendo 6 parti oppure 7 parti più strette. La striscia superiore ha 10 parti uguali larghe 2 cm (20 cm), la seconda ha 13 parti uguali da 1,5 cm (19,5 cm). Quindi la partenza sono due pezzi non lunghi uguali anche se lei cerca di farli credere tali... qui entra il gioco il fatto che non si possono fare ad occhio queste cose... Ragionando solo con le frazioni si dovrebbe poter dire che  $6/10 = 7/13$ : ma  $6/10$  non sarà mai equivalente a  $7/13$ !!! Anche se parto da due strisce lunghe uguali ad esempio 20 cm

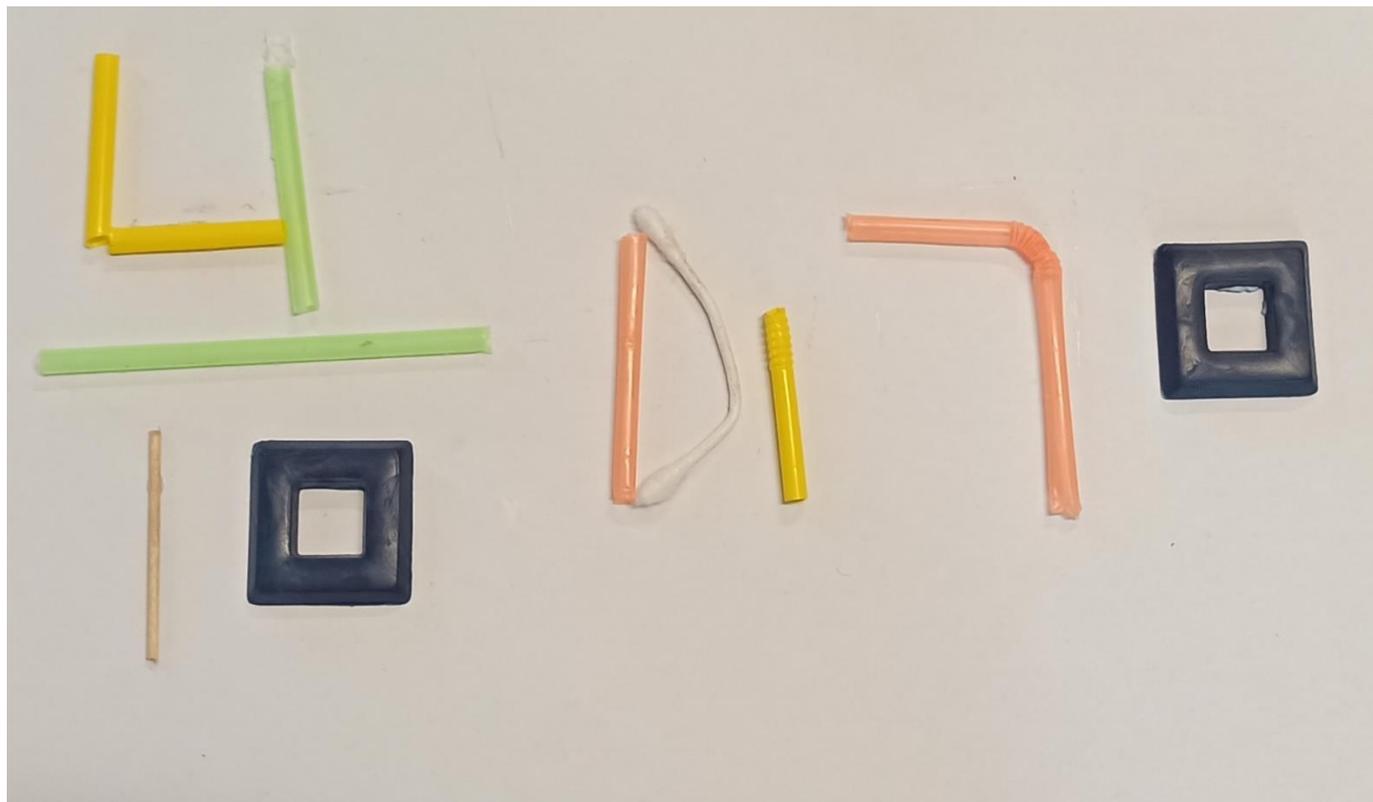
$$20:10 \times 6 = 20:13 \times 7$$

$$12 = 10,769230$$

Ma se invece faccio i soliti muretti ....



GIOVANNI



4/10 di 70 che cosa significa?

Ho 70 caramelle ne faccio 10 mucchietti da 7 e ne prendo 4... 28 caramelle

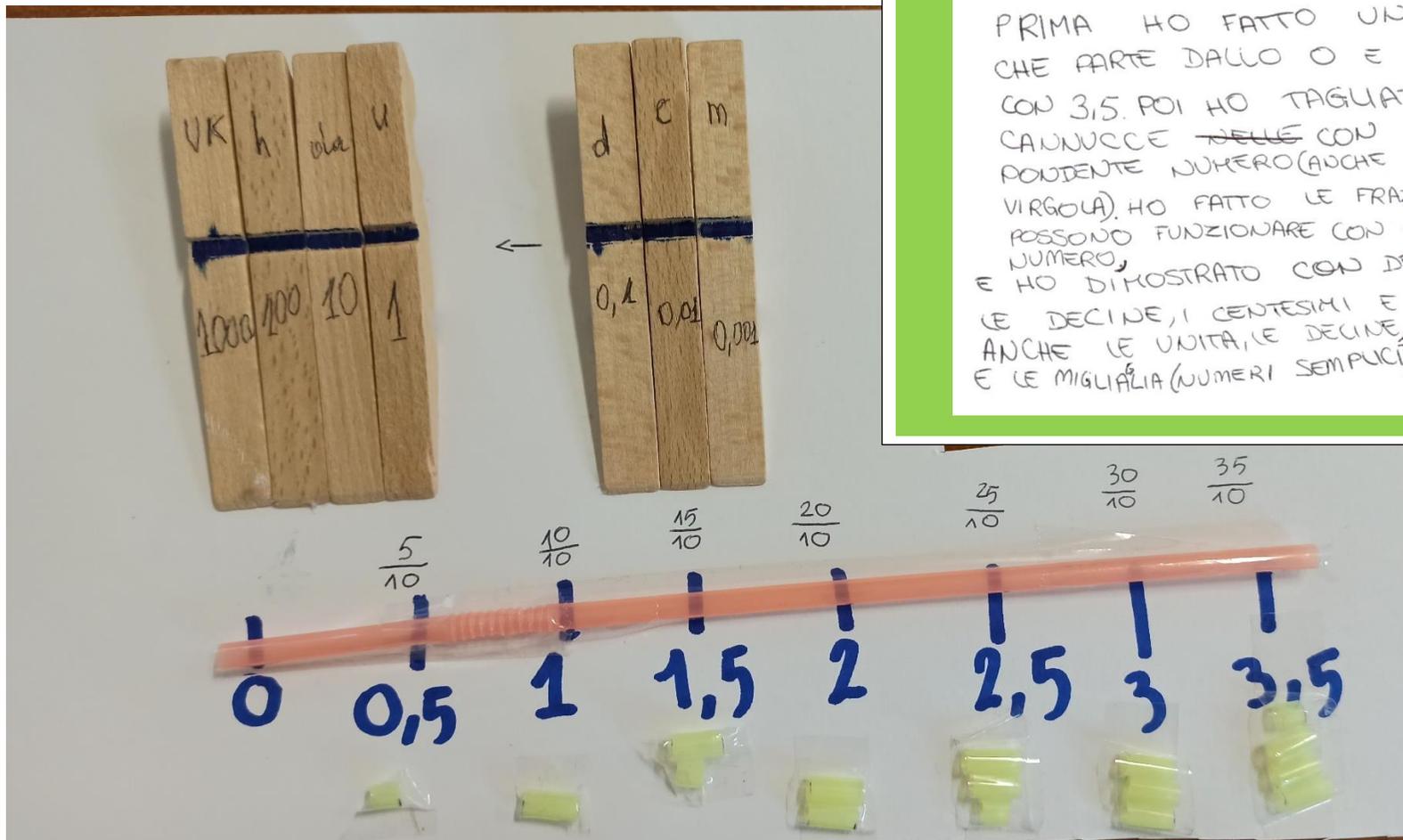
Dove sono i decimali?

Forse si potrebbe dire che 4/10 si può anche scrivere come 0,4 e vedere che  $0,4 \times 70 = 28$

Qui si apre il discorso sulla moltiplicazione per numeri minori di 1

HO FATTO UN ESEMPIO DI UN LEGAME FRA  
FRAZIONI E NUMERI DECIMALI

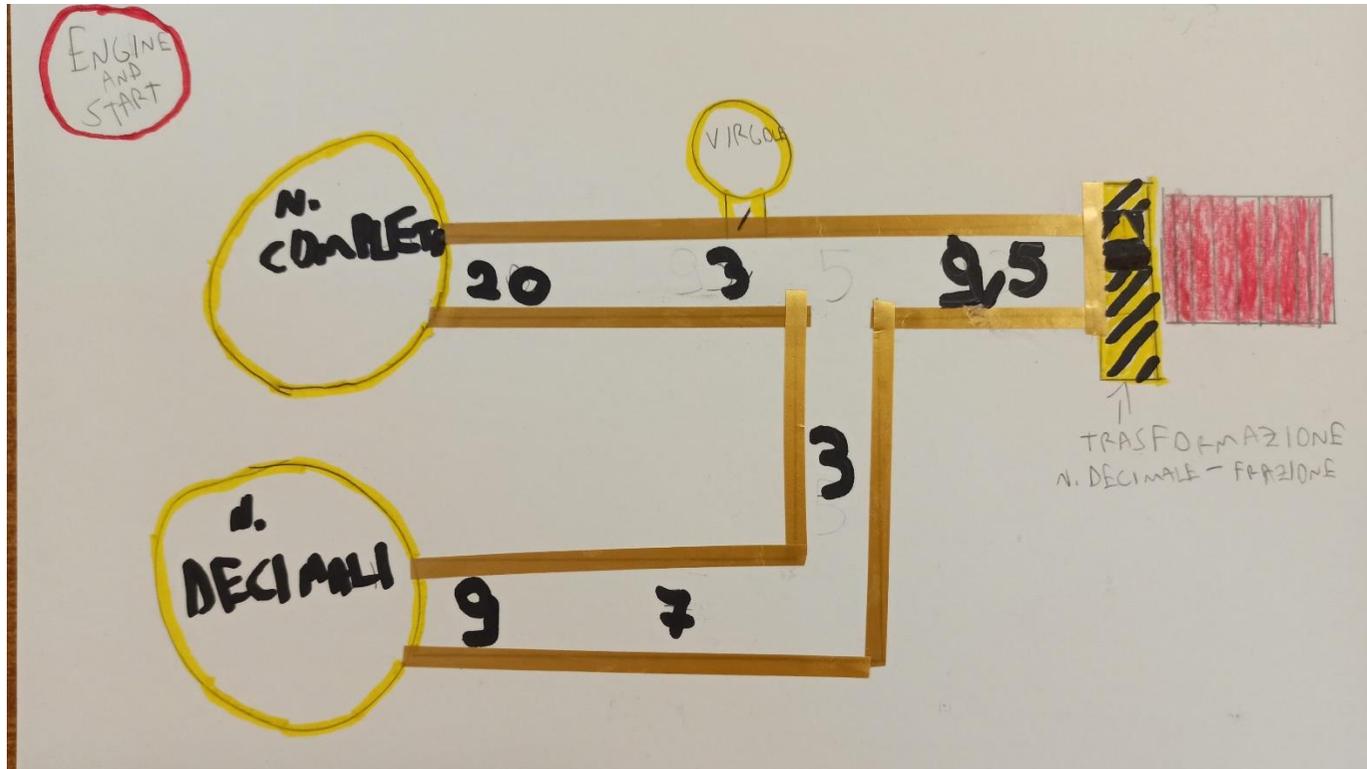
GIORGIA



PRIMA HO FATTO UNA LINEA CHE PARTE DALL'0 E FINISCE CON 3,5. POI HO TAGLIATO LE CANNUCCE ~~NELLE~~ CON IL CORRISPONDENTE NUMERO (ANCHE CON LA VIRGOLA). HO FATTO LE FRAZIONI CHE POSSONO FUNZIONARE CON QUEL NUMERO, E HO DIMOSTRATO CON DELLE MOLETTE LE DECINE, I CENTESIMI E I MILESIMI. ANCHE LE UNITA, LE DECINE, LE CENTINAIA E LE MIGLIAIA (NUMERI SEMPLICI)

Chiaro e limpido da confrontare con quello di ALISSA

Giorgia è riuscita a tenere insieme il numero decimale e la frazione corrispondente, collocando entrambi sulla retta numerica. Ha rappresentato la quantità che aumenta progressivamente con i pezzetti di cannuccia.



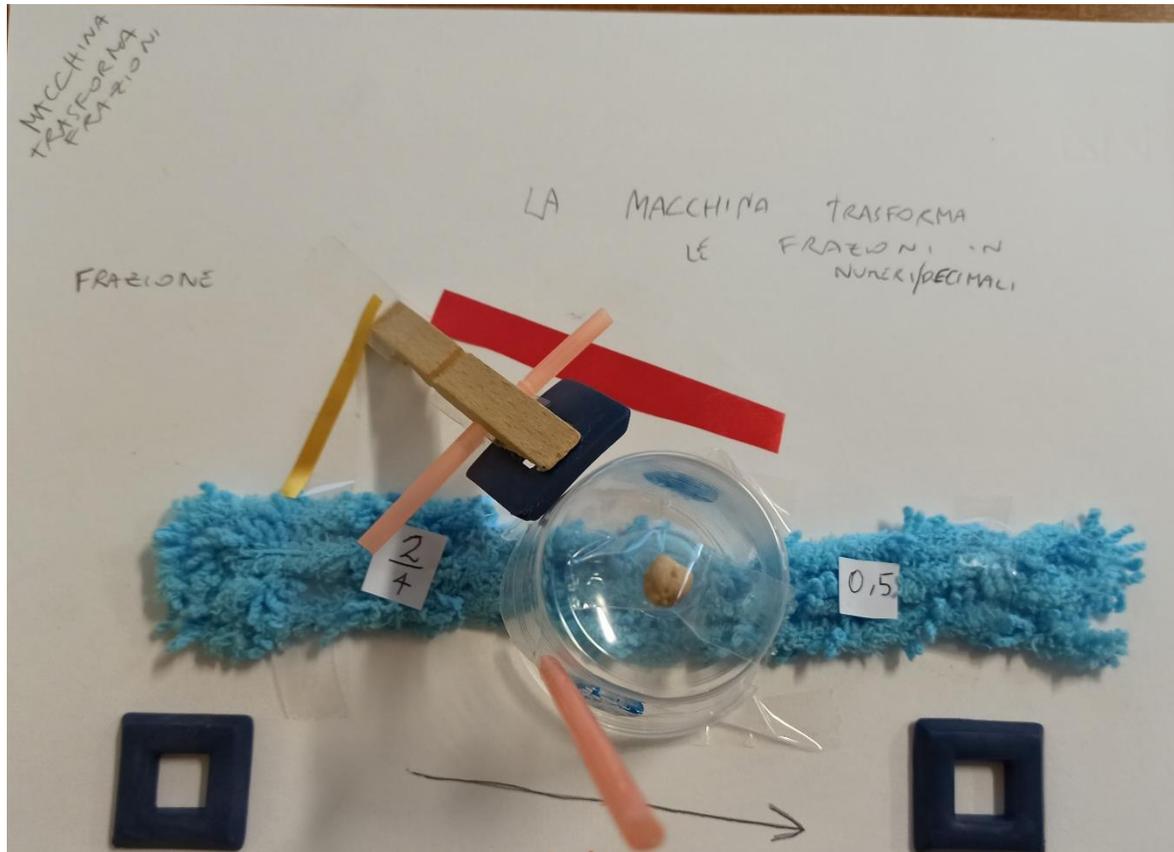
- n. completo? Forse intendeva dire numero intero.
- Il disegno non è coerente con la spiegazione scritta

Qui si può sfruttare l'idea della macchina ma bisogna spiegare bene alla macchina come si trasforma una frazione in decimale... non basta mettere una virgola a caso... qui io non so come abbiamo affrontato questo problema in classe finora, vale la pena di ragionarci tutti insieme

### FABBRICA DECIMALE

QUESTA FABBRICA CREA NUMERI COMPLETI (1, 2, 3...), LI FA SCORRERE SU UN NASTRO TRASPORTATORE POI UN'ALTRA MACCHINA FA CADERE LA VIRGOLA, E DOPO SI AGGIUNGE IL NUMERO DECIMALE (0,1, 0,2, 0,3...) QUANDO SI HA IL NUMERO FINALE CIOÈ UNITÀ PIÙ N. DECIMALE, QUESTO NUMERO PASSA IN UNA MACCHINA CHE TRASFORMA IL NUMERO IN UNA FRAZIONE.

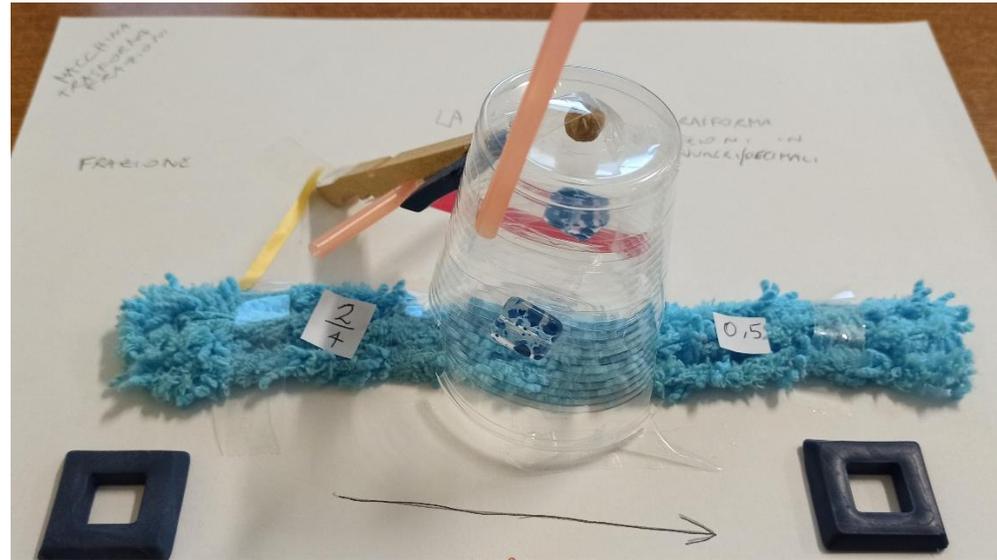
CARLO



Carlo è riuscito a tenere insieme frazione e numero decimale; utilizza frazioni proprie

qui c'è una trasformazione corretta quindi vale la pena farsi spiegare come ha lavorato la macchina, come si ottiene 0,5 da  $\frac{2}{4}$  e quali altre frazioni potrebbero dare lo stesso risultato e perché, nel suo testo non lo spiega sulle funzioni della macchina. Se tu fossi la macchina che cosa faresti con i numeri di quella frazione (2 e 4) per trasformarli in 0,5?

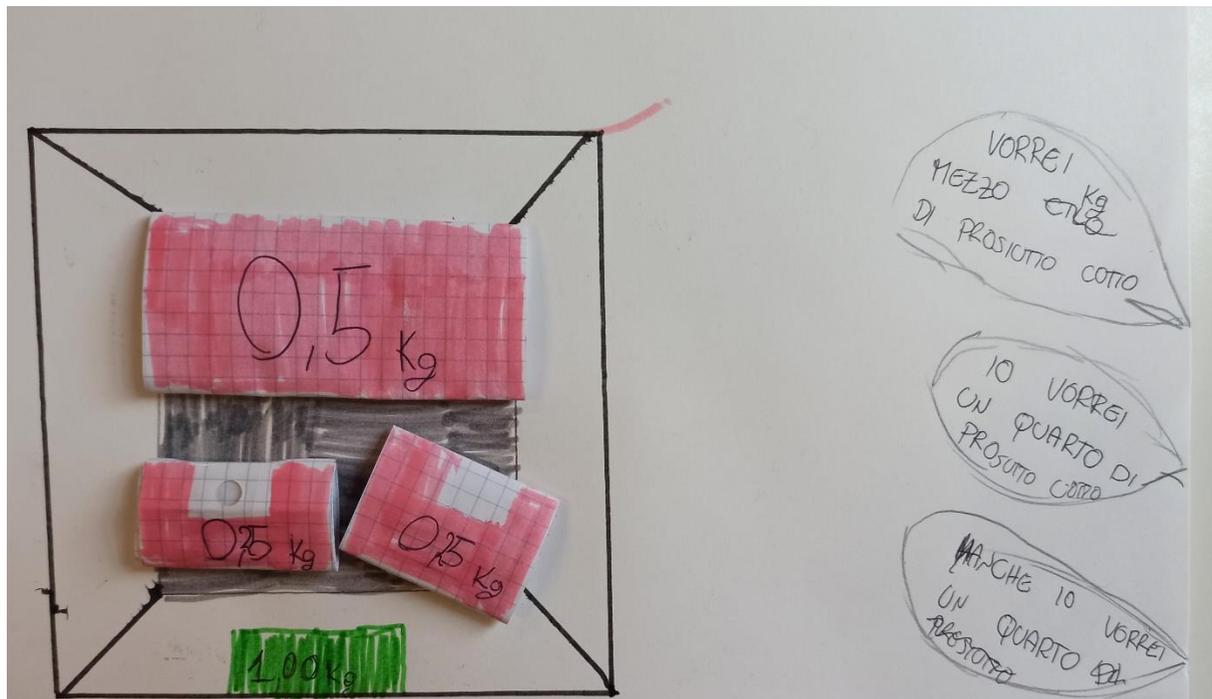
Evidentemente lui ha già fatto nella sua mente questa operazione perché probabilmente in classe è già stato spiegato come si fa... ma perché si fa così? E qui potrebbe scattare la costruzione delle classi di equivalenza perché  $\frac{2}{4}$  non è l'unica frazione che si trasforma in 0,5... se mettiamo  $\frac{7}{5}$ ?



## MACCHINA TRASFORMA FRAZIONI:

LA MIA CREAZIONE È UNA MACCHINA CHE  
 TRASFORMA LE FRAZIONI, MA COME?  
 LA MACCHINA HA UN NASTRO TRASPORTATORE,  
 CHE HA ~~IL~~ IL COMPITO DI PORTARE LE  
 FRAZIONI ~~NEL~~ NEL LABORATORIO. POI C'È  
 UNA SPECIE DI RINFORZO MA NON LO È  
 QUELLO È IL CERVELLO CENTRALE CHE GRAZIE  
 A FILI POCO CAPRE QUAL'È LA FRAZIONE.  
 LA TRASFORMA IN NUMERO DECIMALE E ~~SI~~ MANDA  
 I MESSAGGI AL LABORATORIO CHE TRASFORMA LA  
 FRAZIONE! ECCO QUA FATTO IL NUMERO DECIMALE.

GIANNI

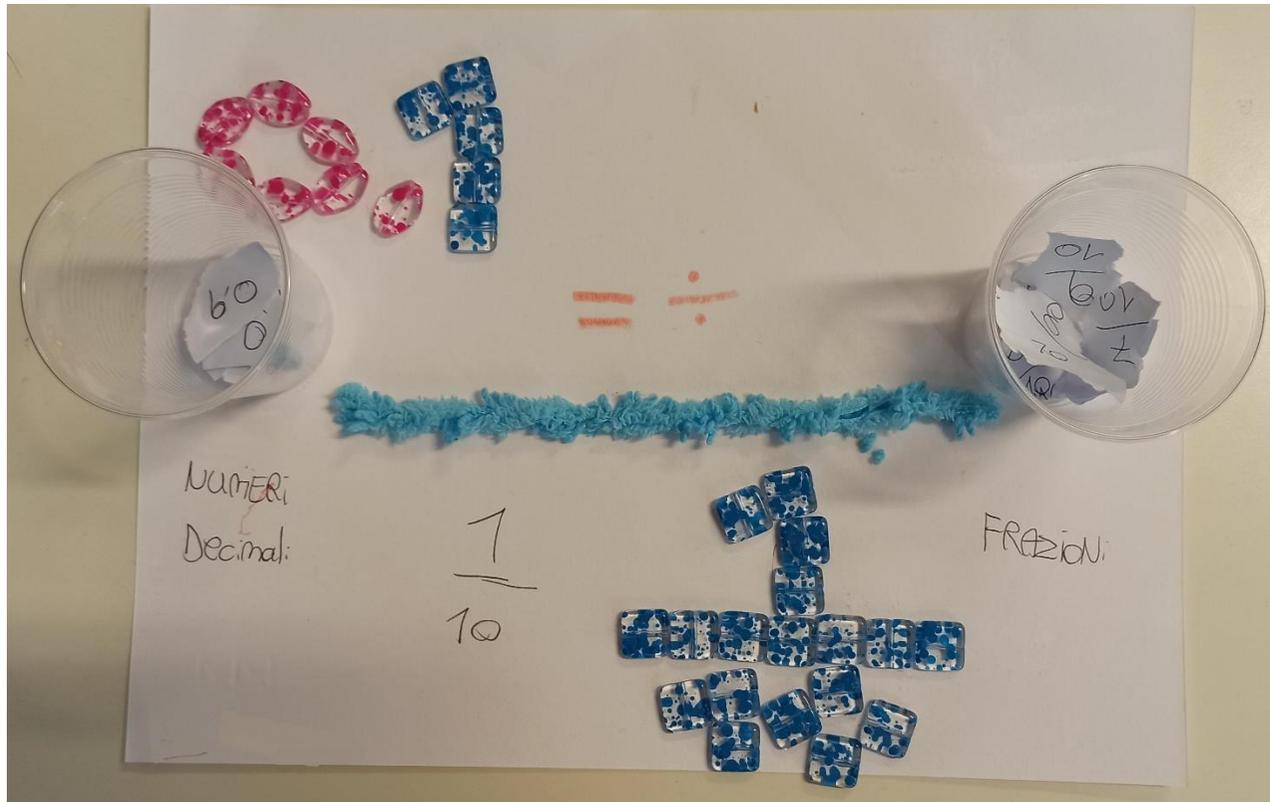


Gianni dimentica nel secondo fumetto di specificare che vuole un quarto di kg di prosciutto cotto. Riesce a fare una corretta equivalenza tra numeri decimali e frazioni. Ha creato un esercizio

$$0,5 = \frac{1}{2}$$
$$0,25 = \frac{1}{4}$$

$\frac{1}{4}$  di che cosa? Di chilo ... di etto... questo non sta scritto, mi pare, deve essere specificato Mi sembra invece interessante capire come ha ragionato per trasformare 0,5 nella somma di  $0,25 + 0,25$

Così magari spiega anche che  $\frac{1}{4}$  equivale a 0,25 e prima ancora che 0,5 kg è mezzo chilo. Il quadrato nero infatti rappresenta 1 chilo.



Emerge l'idea di frazione come divisione; sarebbe interessante giocare pescando un numero decimale e trovare la frazione corrispondente, oppure posizionare le frazioni su una retta numerica

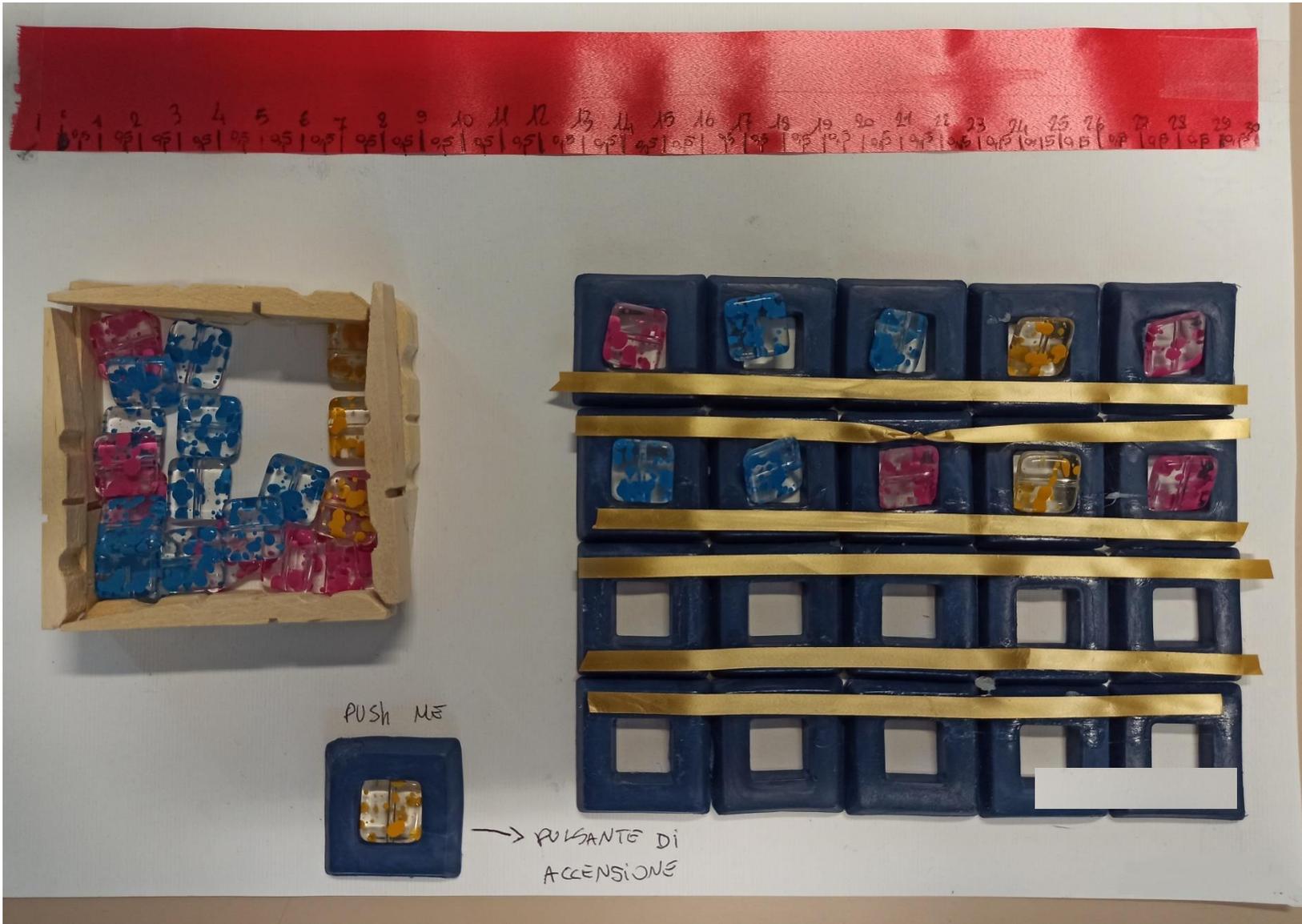
Non diamo per scontato il passaggio da frazione a divisione, per i bambini (e anche per noi adulti)  $3:4$  non è come  $\frac{3}{4}$ , dietro queste due diverse rappresentazioni ci sono operazioni mentali e procedure diverse.

Io farei compilare la tabella della divisione per far vedere che tutte le parti vuote si possono riempire con frazioni che non sono altro che divisioni non calcolate.

Il problema della cioccolata (3 cioccolate per 4 bambini) dovrebbe essere utile perché hanno sia il significato di divisione che di frazione in un'unica situazione. Si può riproporre, se non è ancora stato fatto, cambiando i numeri ad esempio 5 cioccolate per 6 bambini così escono cose molto più interessanti che non voglio anticipare...

Ho preso 2 Bicchieri, poi ho preso un foglio di carta e ho scritto i Numeri Decimali e le frazioni. Le ho ritagliate con le forbicine e ho scritto una frazione. Poi ho preso un filo di lana e sopra con un cotton fioc ho scritto la parte e ho scritto = ÷. Il loro legame è che tutte due sono una divisione.

SILVIA



### Spiegazione

La scatola di legno rappresenta il contenitore degli elementi. I quadrati blu rappresentano la libreria o scaffale, se vedete che i quadrati sono occupati e come se fossero occupati dai "libri" cioè i quadratini sorati, si fa il calcolo con il righello e si scopre quanti posti sono stati occupati e quelli non utilizzando i numeri decimali e le frazioni:

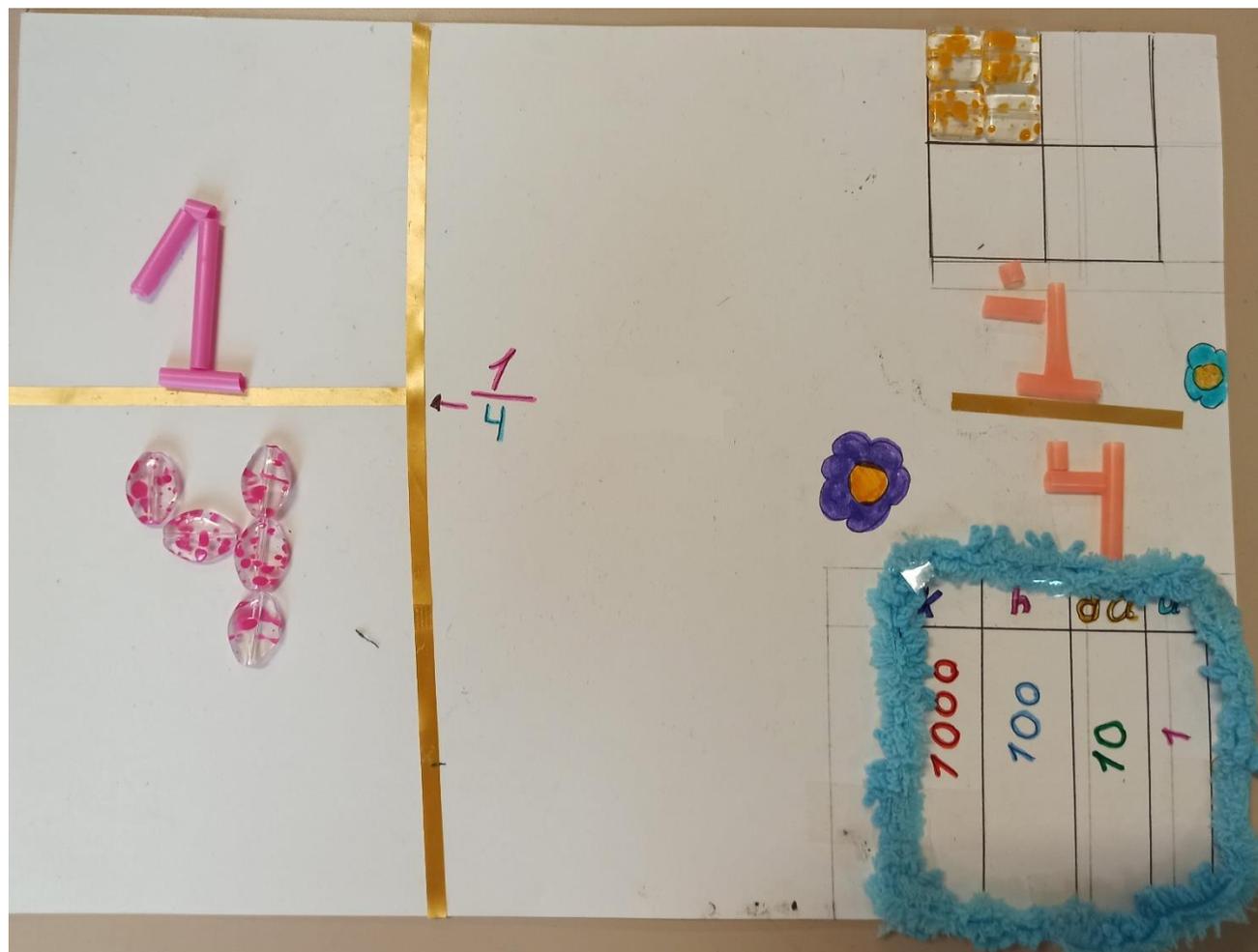
es: Stefano ha trascurato ed deve riempire la sua libreria  
è All'inizio occupa 5 scaffali ma gli rimangono 5 libri da mettere, quindi fa i calcoli che ne deve occupare ancora 5 poi si propone un problema se gli scaffali sono 20 e lui ne ha occupati 10 che frazione è? con il righello ei numeri decimali dice  $\frac{10}{20}$  o la metà di 10 infatti come frazione dice  $\frac{10}{20}$  ed è giusto!! bene questa è la funzione di questa macchina chiamata oooooooohr!!  
Machine Master 3000!!

Qui ci sono grandi ragionamenti.

Il via è dato dalla situazione partenza che è un confronto ma non un confronto additivo (di più di meno), bensì moltiplicativo... quante volte sta il numero di posti occupati nel numero totale di posti. Il numero totali è il termine con cui ci si confronta l'unità di misura, l'intero...  $10/20$  è uguale a  $\frac{1}{2}$  come spiega bene Silvia!!!

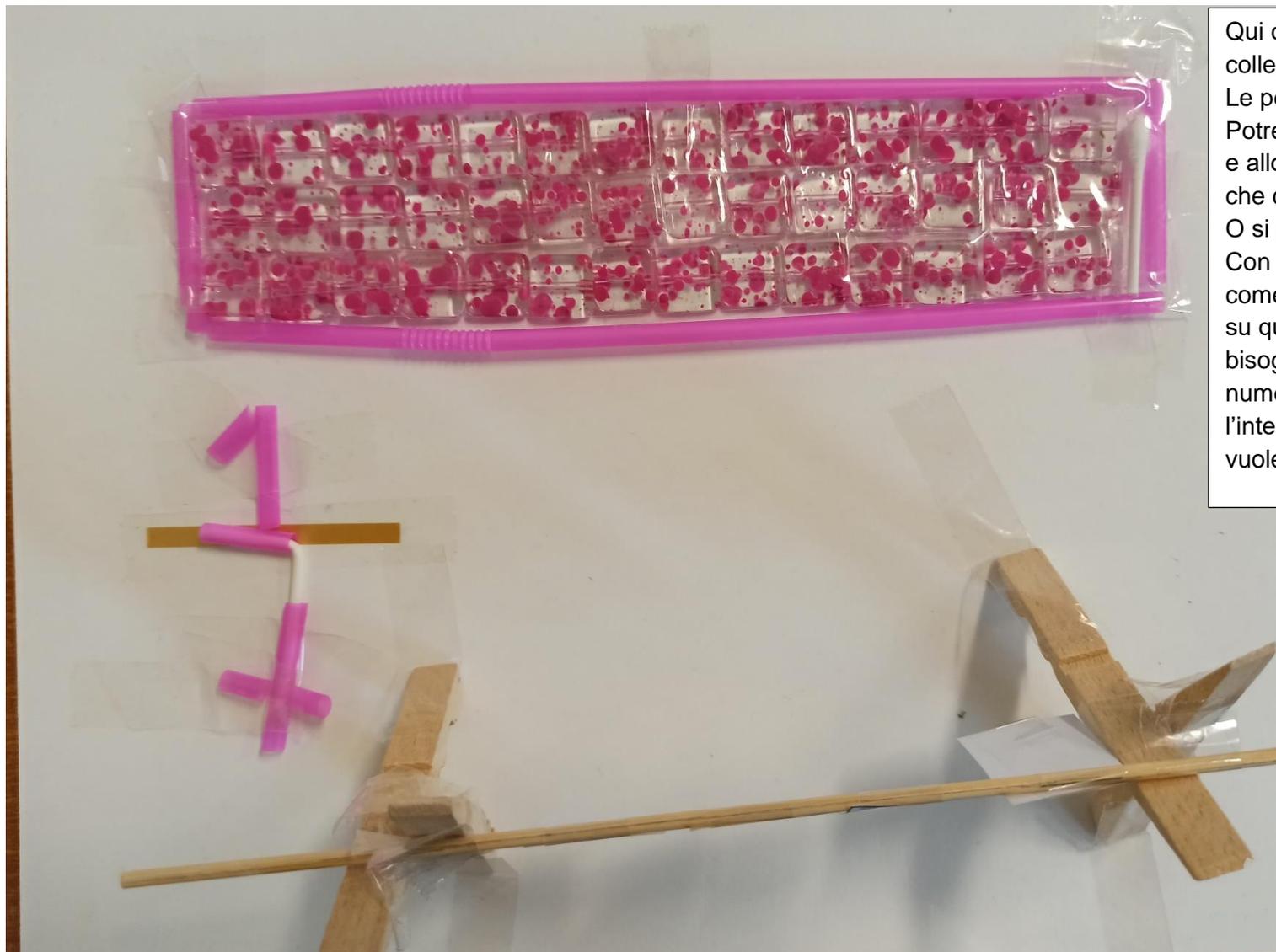
Brava! Si vede che stanno facendo collegamenti, che sta cercando di mettere insieme diversi punti di vista... e tiene sotto controllo la situazione perché la può riferire ad un'esperienza concreta e riproducibile. Quanti "E se..."

MARGHERITA



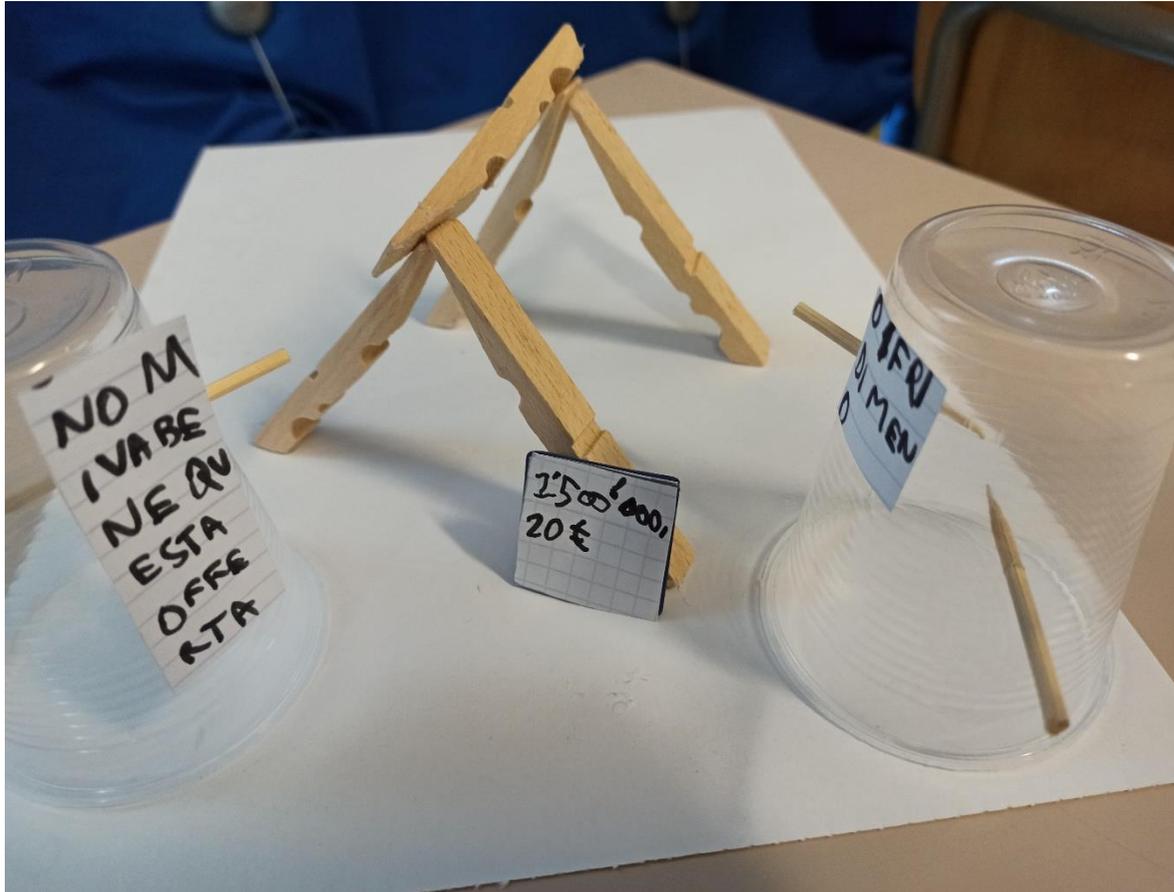
Margherita si limita a rappresentare la frazione  $\frac{1}{4}$  con un modello ad area, i numeri decimali non ci sono c'è però la tabella che farebbe presagire un futuro collegamento che lei però non da esprimere anche perché la frazione  $\frac{1}{4}$  come potrebbe entrare lì dentro? Il lavoro di Gianni, potrebbe suggerirle qualcosa...

NIVES



Qui c'è solo la scritta  $1/7$  : qual è il collegamento con il resto della creazione?  
Le perline sono  $1/7$  di qualcosa?  
Potrebbero diventarlo?  
e allora quale sarebbe l'intero di partenza ... di che cosa è stato fatto  $1/7$ ?  
O si potrebbe fare... delle perline quadrate?  
Con lei forse occorre ritornare alla frazione come operatore su una quantità continua e poi su quella discreta delle perline... prima però bisogna mettersi d'accordo su un fatto:  $1/7$  è il numero delle perline (e allora quale sarebbe l'intero) o le perline sono la quantità su cui si vuole applicare la frazione  $1/7$ ?

FABIO



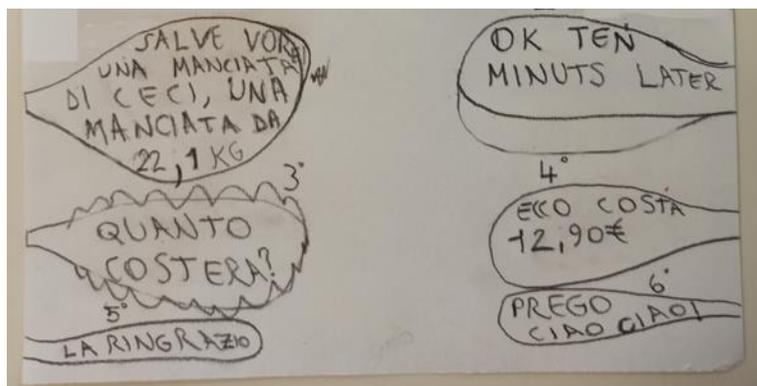
Posso ipotizzare che i due bicchieri siano dei personaggi che parlano di un'offerta (tipo asta) e leggo il numero 2.500.000,20 che rappresenta un valore in euro ed ecco quindi i decimali associati alle monete. Probabilmente ciò che voleva comunicare Fabio era solo questo, che i prezzi in euro si scrivono con la virgola. E le frazioni? Dove le vede?

## PIETRO



Pietro ha creato un esercizio. Si potrebbe far trovare quanto costa un kg di ceci

Ha un'idea questo bambino di quanto sia 22,1 kg di ceci? E che ci stiano in una manciata?  
Che poi costi 12,90 euro è ancora più incredibile... qui serve un richiamo alla realtà...  
Pesare i ceci nel bicchiere, informarsi su quanto costano al kg ecc.  
Ma le frazioni?



FRANCO

UN INTERO

UNA METÀ

UNA METÀ

0,5

$\frac{1}{2}$

$\frac{2}{2} = \text{UN INTERO}$

SE DIVIDIAMO UN

USCIRA 0,5 OVVERO LA  $\frac{1}{2}$

Franco è riuscito a tenere insieme frazione e numero decimale; utilizza una frazione propria

## OSSERVAZIONI:

Passando in rassegna le diverse creazioni matematiche ho notato alcuni elementi comuni:

- Alcuni cercano di scrivere uguaglianze tra frazioni e numeri decimali (Carlo, Gianni, Emma, Giorgia, Franco)
- C'è chi introduce l'idea di frazione come proporzione (Denise)

Riguardando la creazione di Denise mi viene in mente la seguente proporzione

$$6:10=x:20$$

$$7:13=x:20$$

- Alcuni provano a scrivere esercizi da risolvere (Paolo, Pietro, Giovanni)
- Tutti lavorano su frazioni proprie
- L'idea della retta numerica con numeri decimali ritorna, in quanto è stato il punto di partenza del lavoro di terza con la creazione matematica di Ahmed
- Molti alunni creano “fabbriche o macchine dei numeri decimali” (Elia, Carlo, Marta, Lucia)

Tralascerei questo discorso che porta fuori strada, su terreni che non stiamo ancora battendo...

## POSSIBILI PISTE:

Prima di chiedere ai bambini di fare le creazioni matematiche, abbiamo lavorato insieme su alcune situazioni problema:

- Proporzionalità (Miscugli di colore)
- Perimetri e aree (dove ad un certo punto si “gioca” con i lati del rettangolo, che sono numeri decimali, per giungere all'area più grande)

Ho pensato di ritornare in classe, fare la mostra delle creazioni matematiche e chiedere a loro a prima vista di provare a classificarle per tipologia per poi scegliere una categoria (quella che a loro interessa di più) e discuterne insieme in plenaria, oppure a coppie e piccolo gruppo provando ad introdurre una ricerca matematica?!

Anche la situazione-problema del Radar, che Donatella mi ha proposto a fine precedente anno scolastico potrebbe aiutare a tenere insieme frazioni-numeri decimali e retta numerica, ampliando l'idea di frazione e andando oltre quelle proprie.

Vedi i miei commenti punto per punto perché ci sono molte altre problematiche da affrontare: prima di tutto bisogna dare senso a questa relazione tra decimali e frazioni, molti non le inseriscono nemmeno le frazioni nella creazione... il punto è costruire le classi di equivalenza e collegare ogni frazione con il numero decimale corrispondente. Sicuramente è già stato detto loro che per trovare il decimale basta dividere numeratore per denominatore... ma perché si fa così? Non basta dire che la linea di frazione è come una divisione. Ti ho richiamato il problema della cioccolata che porta nella direzione giusta, se sfruttato fino in fondo.

Non farei fare a loro la classificazione delle creazioni perché potrebbe portare del tutto fuori strada, sceglierei invece tre o quattro creazioni che focalizzino sull'aspetto che ci interessa (vedi i miei commenti) cioè di come dalla coppia di numeri della frazione si arriva al numero razionale che rappresenta tutta una classe non un'unica frazione. Dopo aver chiarito questo passaggio e aver costruito le classi di equivalenza (scatole in cui mettere tutte le frazioni equivalenti – si porrà anche il problema di come costruire queste frazioni equivalenti ad una data – vedere ciò che scrive Mario Ferrari in proposito ... dovrebbe esserci nei materiali su Moodle) si può automatizzare con le macchine che hanno inventato e andranno costruite concretamente dopo aver definito bene la procedura che devono eseguire. Solo dopo tutto questo, quando i bambini avranno raggiunto sufficiente familiarità con le frazioni equivalenti di potrà proporre il radar che focalizza invece sul fatto che la retta dei numeri con i razionali è densa cioè non c'è un precedente e un successivo...ù Tutte le altre creazioni suggeriscono delle problematiche che possono diventare oggetti di ricerche matematiche autonome e sicuramente i bambini troveranno collegamenti fra quelle discusse e le loro, se non lo sono state scelte. Può anche essere una domanda porre alla fine... “Nelle vostre creazioni c'erano elementi comuni con queste che abbiamo discusso? Perché?”