



DAL 1951
PER UNA SCUOLA
DEMOCRATICA

Proviamo a cambiare didattica?

Webinar del Gruppo nazionale Creazioni matematiche
25 settembre 2021

Programma della giornata

ore 9:00 Saluti dal Comitato di segreteria MCE (Donatella Merlo)

ore 9:10 *Maria Rosaria Fontana* “**I compiti a casa: problemi o creazioni?**”,
Riflessioni di una mamma.

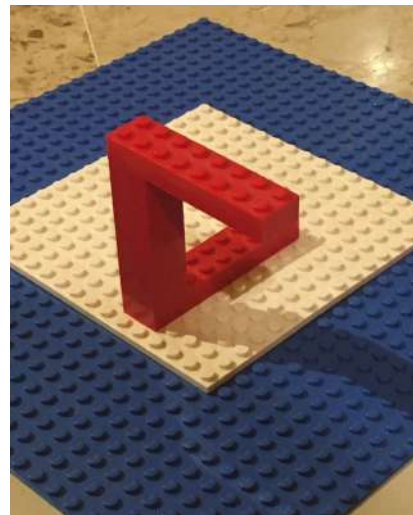
ore 9:20 *Sonia Sorgato* Delegata del Gruppo nazionale Creazioni Matematiche
“Un progetto di ricerca che cresce”

ore 9:40 Sperimentazioni nella Scuola dell’Infanzia (conduce Anna Aiolfi).

ore 10:30 Sperimentazioni nella Scuola Primaria (conduce Donatella Merlo).

ore 11:30 Tavola rotonda con la partecipazione di *Cinzia Mion, Paolo Mazzoli, Ketty Savioli, Nicoletta Lanciano, Enrico Bottero* (conducono Valentina Garzia e Valeria Perotti).

ore 12:30-13 Dibattito e Conclusioni.



Come è nato il gruppo

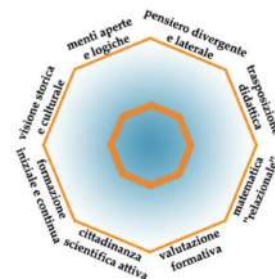
Solo per oggi il libro sarà scaricabile gratuitamente dal sito StreetLib.

Settembre 2018: propongo al coordinamento nazionale MCE la ricostituzione di un *Gruppo nazionale di Matematica*, un gruppo di ricerca avente come punto di partenza lo studio e la sperimentazione delle proposte didattiche di Paul Le Bohec espresse nel testo “Il testo libero di matematica”. Non ci sono adesioni.

Il **Gruppo Lingua** produce il Manifesto “Educare alla parola” e Giancarlo Cavinato mi propone di realizzare un manifesto analogo sulla matematica. Con Giancarlo e Nicoletta Lanciano avviamo l’impresa: a giugno 2019 la prima bozza è pronta e viene perfezionata con il contributo degli iscritti in un incontro a Roma nel **dicembre 2019**. Il [Manifesto sull’insegnamento della Matematica](#) contiene i principi e le strategie didattiche a cui si dovrebbe ispirare il Movimento.

In seguito con il **Gruppo editoria** abbiamo ristampato il libro di Le Bohec (**maggio 2020**), ormai introvabile, nella collana RicercAzione e abbiamo formalizzato il *Gruppo nazionale di ricerca sulle creazioni matematiche* che sta sperimentando la proposta e continuando la ricerca.

Ringrazio: **Giancarlo Cavinato**, che mi ha dato lo stimolo di partenza, **Valeria Perotti** che mi ha prestato il libro di Le Bohec e con cui abbiamo fatto le prime esperienze sulle creazioni, **Sonia Sorgato** che ci ha invitate a Milano per condividerle e ora svolge il ruolo di Delegata del Gruppo, **Anna Aiolfi** che ha subito colto le potenzialità delle creazioni coinvolgendo in questa avventura, oltre alla commissione matematica e scienze della sua scuola, molti insegnanti della scuola dell’infanzia.



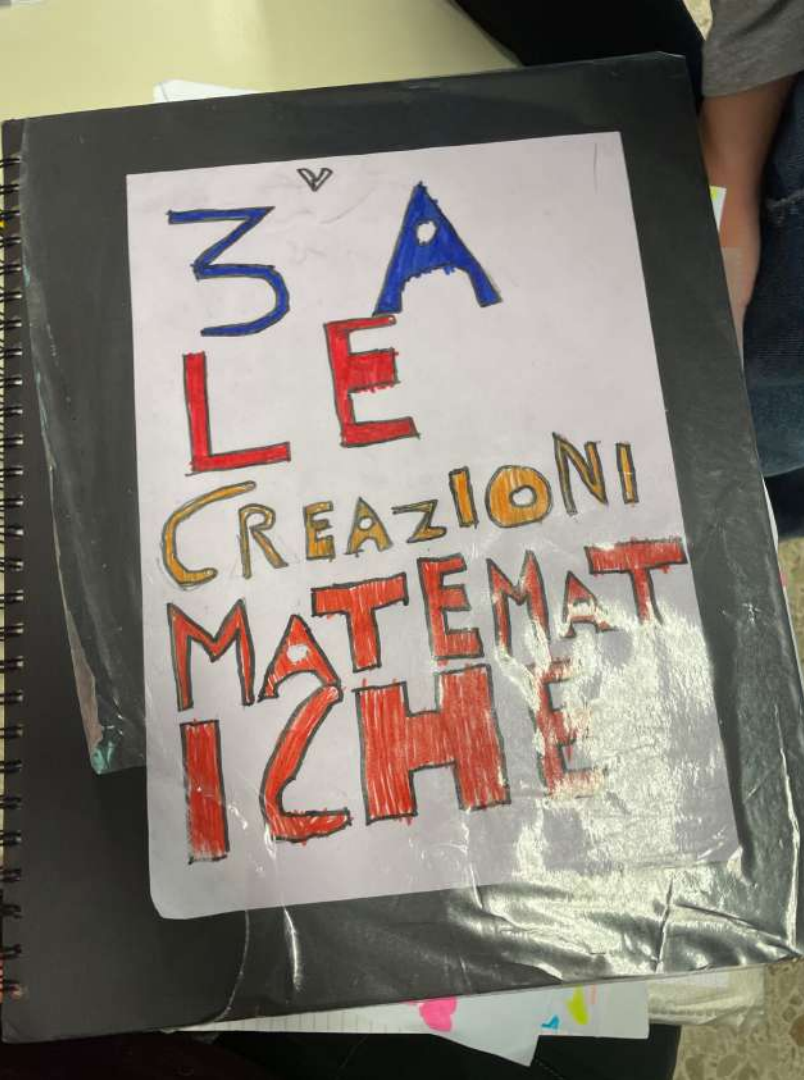
<https://store.streetlib.com/it/paul-le-bohec/il-testo-libero-di-matematica>

I compiti a casa: problemi o creazioni?

Riflessioni di una mamma



Maria Rosaria Fontana



Un progetto che cresce

Le creazioni matematiche sono disegni geometrici, con qualche cosa di matematico, possono essere cose inventate, possono essere qualunque cosa, l'importante è che ci sia qualcosa di matematico. (Jana, 8 anni)

Sonia Sorgato

Delegata del Gruppo nazionale Creazioni Matematiche



Presentazione della ricerca

Finalità: diffondere le pratiche relative al testo libero di matematica attraverso percorsi di ricerca-formazione.

Punto di partenza:

- quali sono le potenzialità del lavoro sulle creazioni matematiche rispetto alla progettazione di situazioni di apprendimento significative?
- quali aspetti metodologici per rendere le creazioni un luogo di ricerca per i bambini nel quadro di un'ottica inclusiva?
- come integrare i processi creativi individuali e collettivi con il curriculum?

Uno schema a grandi maglie che tutti hanno seguito



1. Preparazione alle creazioni con una **discussione**: *“Che cosa è una creazione? E una creazione matematica?”*
2. **Realizzazione (individuale / a piccoli gruppi) della creazione.**
3. Individuazione delle **tipologie di creazioni** realizzate in relazione ai contenuti matematici.
4. **Scelta delle creazioni** da discutere (solo una, tutte, alcune tipologie).
5. **Discussione delle creazioni**: *“Che cosa c’è di matematica in questa creazione?”*, l’autore parla per ultimo.
6. **Analisi della discussione.**
7. **Progettazione** di attività o percorsi a partire dalle piste di lavoro emerse durante la discussione
8. **Realizzazione di altre creazioni.**

Dalla creazione alla discussione

Dalla “scala” agli sviluppi del cubo

Sara: io lo so cosa diventa...

Omar: una scala!

Matteo: lo so cosa diventa!

Davide: a me vengono in mente delle cose!

Arianna: è un quadrato, cioè **può diventare un quadrato** (la creazione si può piegare per formare un quadrato).

Cloe: **da una scala diventa un cubo.**

Insegnante: diventa un cubo?

Alessandro: no, non è un cubo!

Alessandro: può diventare un cubo.

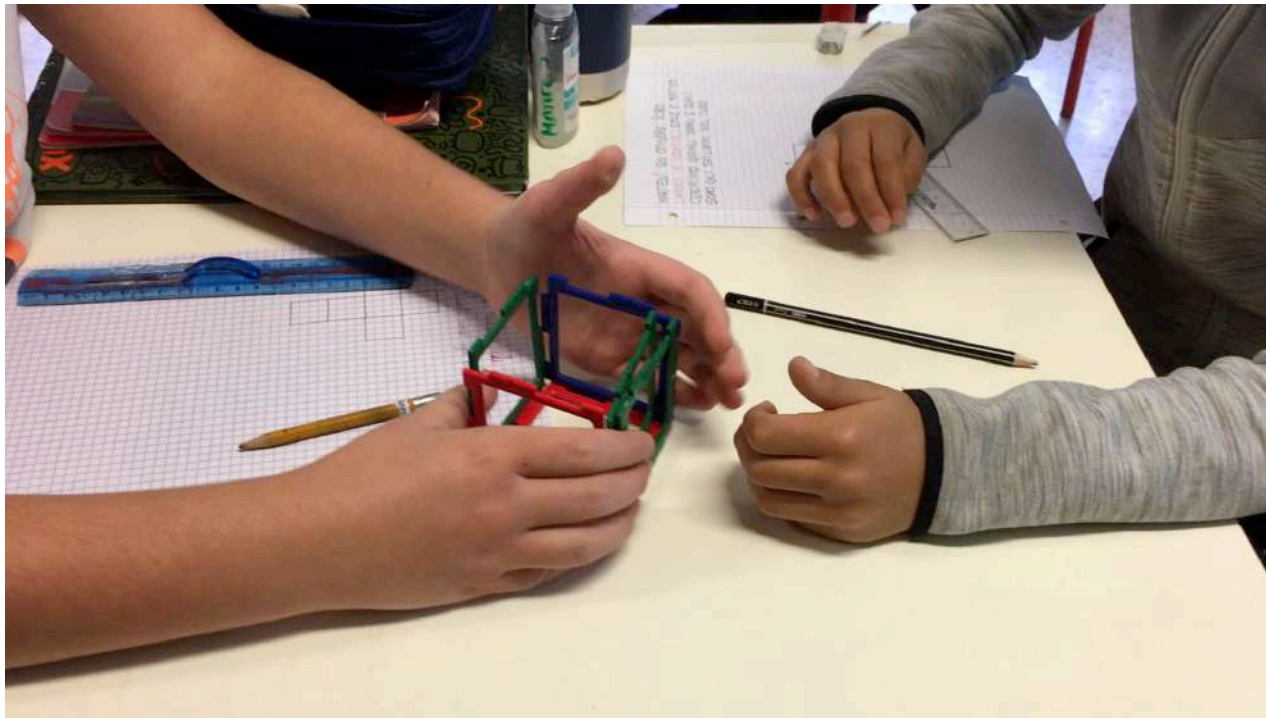
Cloe: ti faccio vedere (fa il gesto di piegare carta per ricomporre uno sviluppo di un solido).

Matteo: **un cubo è un solido, lo puoi toccare, questo è come un foglio origami, non ha lo spessore.**



Creazione di Alessandro

La creazione come incipit di nuove progettazioni



Di creazione in creazione...

Solayman: mi sembra una palla piatta con molte facce.

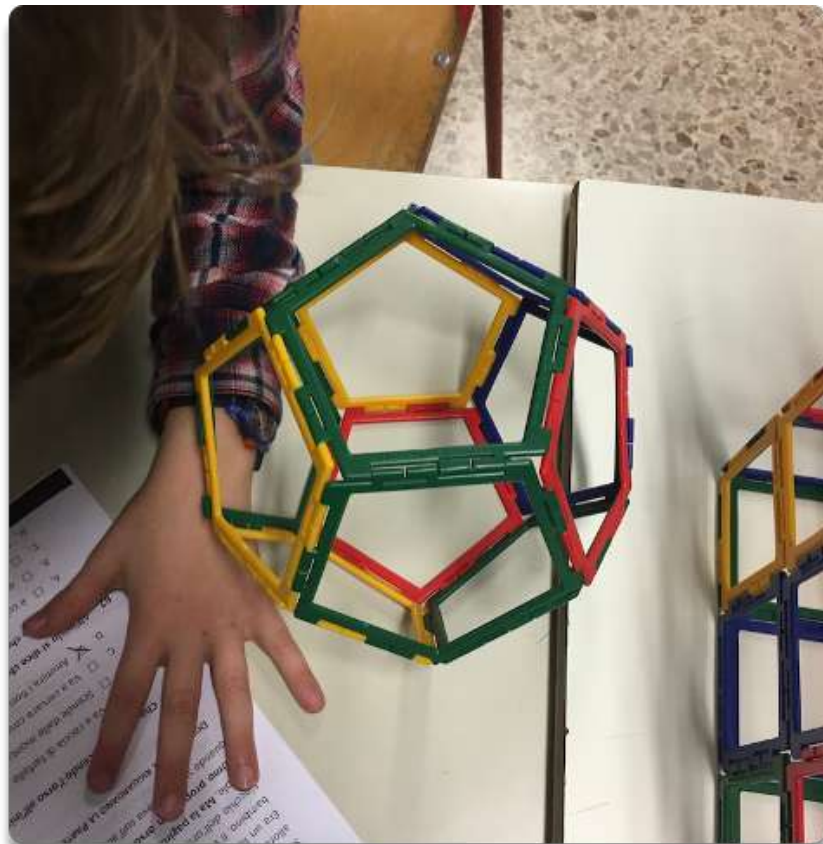
Ale: non ha una **forma cerchiata** come la palla da calcio, secondo me non rotola come la palla da calcio.

Sveva: **le facce sono rombi**.

Matteo: sembrano uno stemma.

Sara: **sembra una casa**, ma la casa è diversa.

Giorgio: tutto quello che è stato detto è giusto, io vorrei provare a disegnarlo sganciando tutti i pezzi per vedere cosa viene fuori.



La corrispondenza scolastica Infanzia-Primaria

CARI AMICI DI MILANO VI MANDIAMO LE NOSTRE CREAZIONI MATEMATICHE CHE LA MAESTRA NON VI AVEVA ANCORA MANDATO. COSA C'E' DI MATEMATICO? CE LO DITE? LE NOSTRE SONO CREAZIONI MATEMATICHE. POI VI MANDIAMO ANCHE ALCUNE ALTRE CHE ABBIAMO LETTO QUELLO CHE DICEVA IL SIGNORE CHE ERA ESPERTO DELLE CREAZIONI.

DOBBIAMO ANCORA CAPIRE SE C'E' UN RIGHELLO PER OGNI BAMBINO. GRAZIE CHE CE LI AVETE MANDATI. VI DOBBIAMO ANCORA RISPONDERE. CI DITE BENE CHE COSA VUOL DIRE CREAZIONE MATEMATICA?

CIAO, CIAO.

UN BACIONE DAI BAMBINI DELL'AULA VERDE

INFANZIA



PRIMARIA

CARI BAMBINI DELL'INFANZIA, COME STATE?
SIAMO FELICI DI SPIEGARVI COME
SI FANNO LE CREAZIONI MATEMATICHE.
LE CREAZIONI MATEMATICHE SI FANNO CON
IL RIGHELLO E I NUMERI I RIGHELLI
SERVONO PER FARE LE RIGHE DRETTE
POTETE USARE I FOGLI A QUADRETTI.
POTETE FARE DEI CALCOLI CON IL + E IL -
SI POSSONO FARE ANCHE CON DIVERSI
MATERIALI.
ARRIVEDERCI I BAMBINI DELLA 3^ªA.

Le creazioni commentate dagli amici di Milano

Azzurra: ma ci dicono un sacco di cose che noi non sappiamo.

Ludovica: Ci dicono con le parole loro dei grandi.

Riccardo: Forse loro ci dicono le cose che studiano, che stanno studiando, ma noi mica abbiamo studiato quelle cose lì.

Proviamo a rileggere la loro lettera di quando ci avevano mandato i rigelli che magari ci aiuta a capire.

L'insegnante rilegge. Cosa avete capito?

Irene: Che la creazione matematica è fare i numeri come due più due fa quattro.

Riccardo: che si devono studiare le cose e usare il righello.



Creazione di Azzurra

CARI AMICI DI MILANO DELLA 3^A
NOI NON ABBIAMO TANTO CAPITO LE COSE CHE CI AVETE DETTO DELLE
CREAZIONI. NON È CHE SIAMO ADULTISSIMI E POI NOI SIAMO ANCHE UN PO'
PICCOLI, NON ANDIAMO MICA ALLA SCUOLA PRIMARIA COME VOI.
NOI PERÒ SAPPIAMO CONTARE ANCHE A UN ALTRO NUMERO, NON SOLO AL
20. AZZURRA DICE NELLA SUA CHE VEDETE DI MATEMATICO I BOTTONI,
LUDOVICA LE PERLINE. CI AIUTATE A CAPIRE MEGLIO IN ITALIANO NON IN
INGLESE QUELLO CHE CI DITE?
CIAO.
UN SALUTO DALL'AULA VERDE

INFANZIA



Cari amici,

la creazione di Azzurra è molto bella e comprende la matematica la geometria e noi abbiamo anche notato che con un triangolo ho un cuore e si formano tante diverse forme geometriche tipo triangoli, rombi, quadrati e rettangoli e le conchiglie formano la metà del cuore e i bottoni l'esterno. Ora con un disegno vi facciamo vedere cosa abbiamo notato. Come hai visto la tua creazione, hai formato 2 cuori e tanti triangoli e rettangoli e rombi. Da Gio e Omar.

PRIMARIA

La corrispondenza continua...

PRIMARIA

Cari bambini dell'aula verde,
abbiamo letto la vostra lettera. Ci siamo un po' offesi perché ci avete detto che abbiamo scritto in inglese, ma non è vero, invece abbiamo scritto in italiano. Forse ce l'avete detto perché non avete capito le creazioni matematiche e quello che vi abbiamo scritto l'altra volta o forse era uno scherzetto che forse abbiamo scoperto.

Le creazioni matematiche servono per capire alcune cose della matematica: calcoli per imparare, si usano le forme e i disegni, operazioni. Per fare una creazione serve la mente, le esperienze e le creazioni matematiche dei compagni. Abbiamo riletto le nostre lettere, corrette. Abbiamo messo delle parole che si capivano un po' di più. Noi vi manderemo le nostre creazioni matematiche e vi scriveremo che cosa c'è in quella creazione matematica.

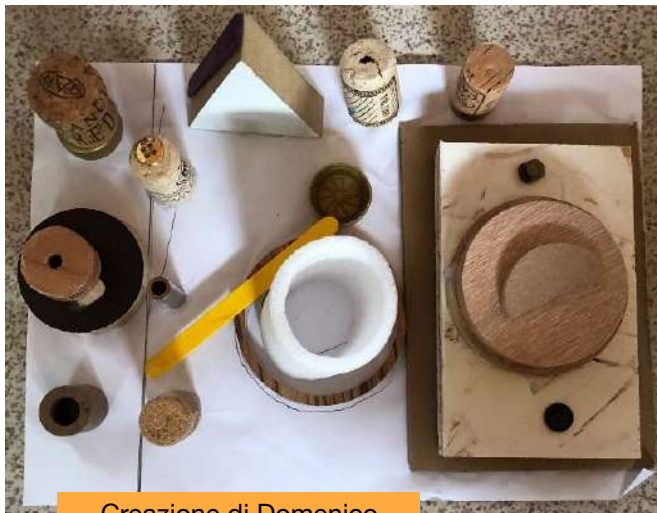
Vi salutiamo dalla Terza A. Ci vedremo presto!!!

Per “vedere” la matematica usiamo come strumento mediatore: GLI OCCHIALI MATEMATICI



Con gli occhiali matematici...

...si “vedono” le forme e i numeri

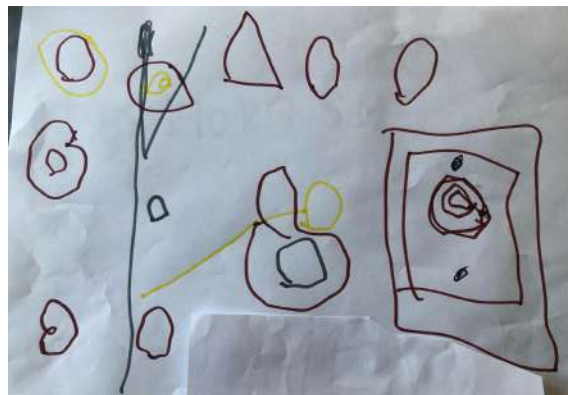


Creazione di Domenico

Benedetta: Di matematico... c'è una **piramide** che sembra una piramide con appiccicato un bastoncino e poi... di altro... di matematico c'è un tubo che alla fine c'è un buco, ma un po' piccolo e poi c'è una **riga** di matematico: più corta e poi un'altra arriva al foglio in cima e si incontrano.

Linda: Di matematico **ci sono 15 cerchi**.

Riccardo: Io sono d'accordo con Linda che ci sono 15 cerchi. Poi... c'è una **metà di cerchio** che sarebbe questa...



Linda: in realtà si chiamerebbe **semicerchio** come le sedie.

Riccardo: Ok, questo sopra alla metà del semicerchio, sotto, sarebbe un **rotondo**, **due rotondi** e sotto un **quadrato**.

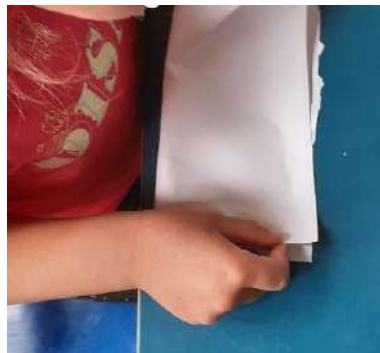
Le caratteristiche delle forme



Dalla creazione al suo disegno...



Creazione di Aurora SI Trasaghis (UD) Ins. C. Paolini



...alla manipolazione per riconoscere le caratteristiche delle forme in particolare del quadrato...

Le piegature evidenziano **le relazioni tra le varie parti** delle forme (uguaglianza per sovrapposizione).



...alla ricerca di forme simili nell'ambiente.

Condividere le scoperte con la corrispondenza

Lettera inviata ai bambini della primaria 30-04-221

Cari amici, grazie per la vostra letterina e i vostri bei disegni, ci ha fatto tanto piacere riceverli! **Vogliamo raccontarvi cosa abbiamo imparato sul quadrato. Il quadrato ha quattro righe e quattro punte uguali.** Per vedere se sono uguali abbiamo piegato il quadrato, abbiamo messo una riga sopra l'altra riga e sono della stessa misura. Anche le punte sono della stessa misura, abbiamo piegato il quadrato, abbiamo messo una punta sopra l'altra punta e sono uguali. Abbiamo anche trasformato un foglio non quadrato in un quadrato.

Prendo il foglio, prendo la punta e la metto fino al bordo lungo, come un triangolo, dopo si forma come tipo un rettangolo e dopo con le forbici lo taglio via. Cosa dite? Vi piace quello che abbiamo scoperto? Ciao, ciao, ciao.

Risposta del 24-05.21

Cari amici!

Siamo sempre tanto contenti di ricevere le vostre letterine! Abbiamo seguito con tanto interesse il vostro lavoro di piegatura della carta e, grazie al vostro aiuto, abbiamo provato anche noi e ci siamo riusciti! **Piegando il quadrato, mettendo un lato sopra l'altro, abbiamo subito capito che diventava un triangolo. Cioè una figura con 3 punte e 3 lati, cioè "Quelli che delimitano la figura".** L'ha intuito Egon durante la scorsa lezione. Adesso proveremo a fare altre piegature, **provate anche voi? Poi ci raccontiamo quello che scopriamo, cosa dite?** Avevamo a disposizione anche altre figure che ci ha dato la maestra e abbiamo disegnato i contorni sul quaderno, poi li abbiamo colorati. Adesso sappiamo che si chiamano cerchio, quadrato, triangolo e rettangolo.



Collage donato ai compagni della primaria con i propri ritratti e le forme di carta realizzate.

Idee di posizione e direzione



Creazione di Stefany

Stefany: io volevo fare un raggio spaziale.

Ins: e che cos'è un raggio spaziale?

Stefany: una cosa che parte per andare sulla luna

Aron: allora Stefany voleva disegnare un raggio spaziale che va alla luna.

Ins: è vero Stefany? Volevi disegnare un raggio spaziale che va alla luna?

Stefany: sì

Ins. E come ve la immaginate la strada di questo razzo?

Nichita: che parte dalla luna e va nello spazio e lascia una scia spaziale.

La lettura dell'insegnante: un singolo elemento della creazione porta all'idea di raggio/razzo spaziale e di una distanza da percorrere tra terra e luna. Decido di partire da questa lettura e da questo elemento per progettare delle situazioni che hanno come focus **la rettilinearità tra due punti.**

Dal confronto dei disegni alla messa in scena



Il confronto dei disegni

I bambini rappresentano la situazione immaginata disegnando la strada del razzo. Dal confronto dei disegni è per tutti chiara l'idea che la direzione rettilinea è la migliore.

Stefany: Sofia l'ha fatta meglio.

Ins: Non è che l'ha fatta meglio, è diversa dalla tua. In che cosa è diversa?

Stefany e Nichita: è dritta.



La messa in scena

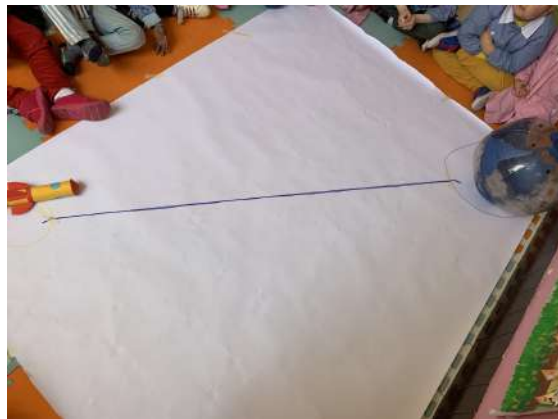
Sopra un foglio usando degli oggetti costruiamo la situazione.

Muoviamo il razzo per sperimentare concretamente il percorso più breve dalla Terra alla Luna e viceversa.

Tracciamo sul foglio la strada.

Segniamo con il contorno la posizione della Terra e della Luna.

Il filo teso per sperimentare la rettilineità



Il filo teso ha un ruolo di mediatore che ci aiuta a interiorizzare l'idea di segmento retto.

Ins: cosa mi dite di questa strada?

Aron: è dritta.

Ins: e cosa vuol dire che è dritta?

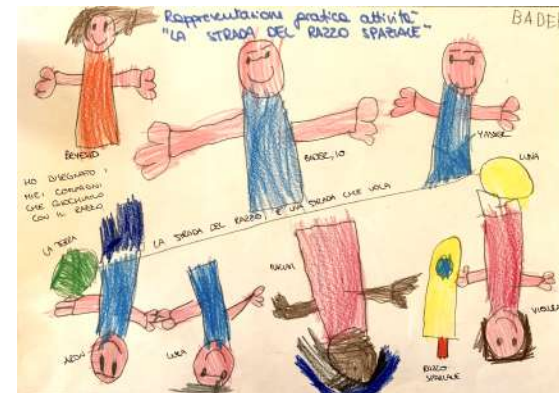
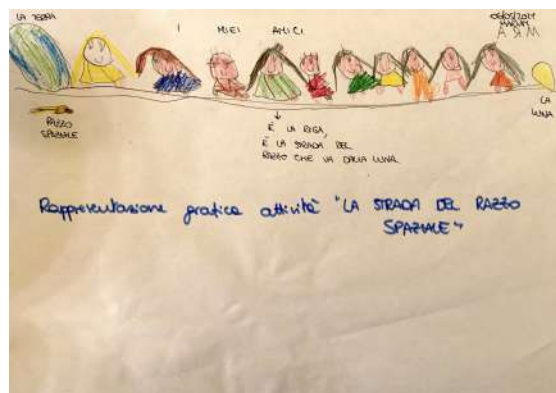
Nichita: non fa le mosse, va dritta... drittissima e fa le scorciatoie.

Ins: spiegami bene cosa vuol dire fa le scorciatoie.

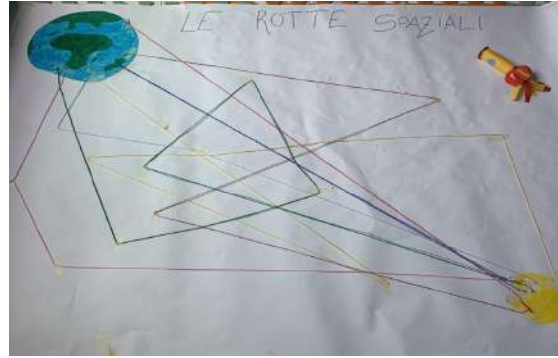
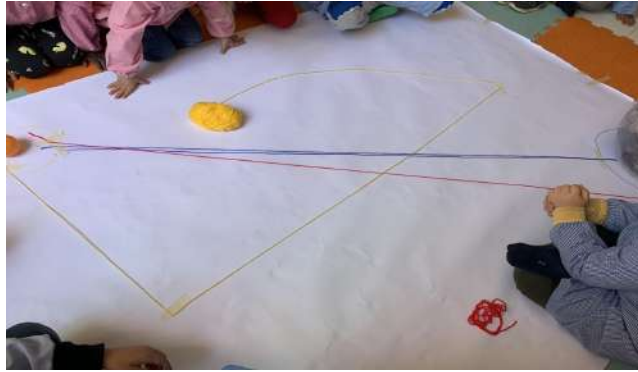
Nichita: che può un po' girare e un po' andare dritta.

Ins: e quando prendi le scorciatoie cosa fai?

Nichita: **arrivi subito perchè vai dritto.**



La variazione con le rotte spaziali e le costellazioni

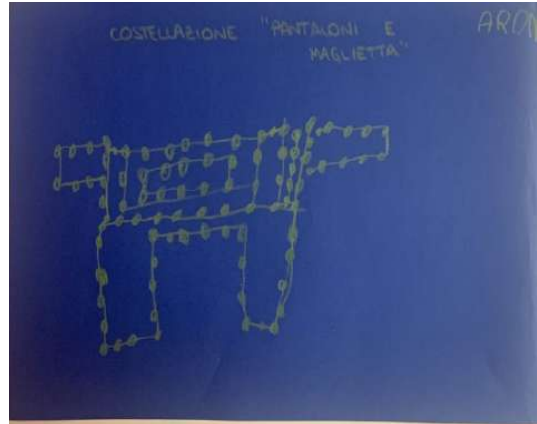


Le rotte spaziali

E se... ci fosse un altro pianeta da raggiungere quale strada farebbe il razzo?

Usiamo i fili colorati per tracciare le rotte spaziali possibili.

La posizione e la direzione.



Le costellazioni

Osserviamo una vera mappa stellare: cerchiamo i **punti**, immaginiamo le rotte tra una stella e l'altra.

Creiamo le nostre costellazioni unendo con **linee dritte** (segmenti) le stelle/punto.

In molti casi questa operazione porta a chiudere le linee e quindi ad evidenziare delle **forme poligonali**.

La scoperta dei pattern



Creazione di Matteo

Cosa vedono i bambini

Demis: si vede una scala che può passare sopra le cannucce.

Emma: è una pista di skateboard.

Ins: cosa vedete di matematico?

Demis: ci sono 3 tappi, anzi 4.

Francesco: ci sono 2 tappi uguali, quelli blu.

Ziyad: il **bottonone è rotondo come i tappi**.

Tessa Zoe: **il fiore è matematico**.

Ins: perché Tessa?

Tessa Zoe: sì, **devi contare** le cannucce.

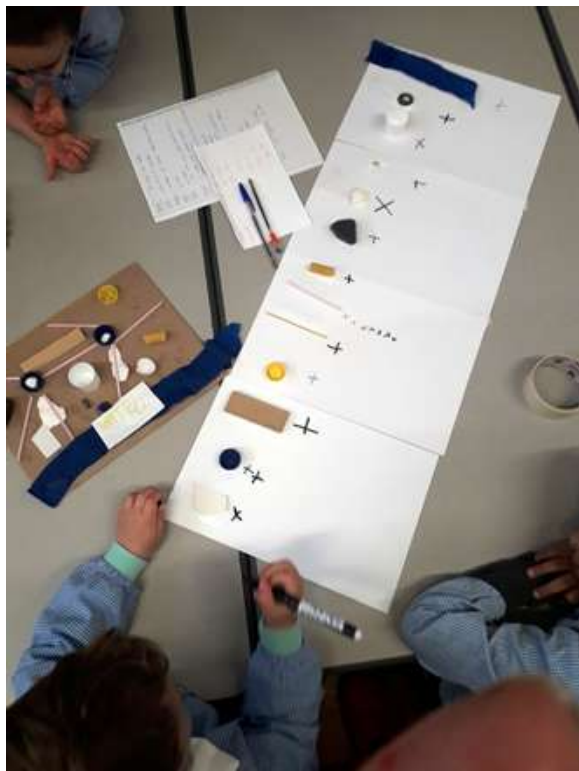
Emma: sì, **1, 2, 3, 4 anche qui ci sono i numeri**.

Filippo: però la pasta è una sola

Matteo: anche il legno è solo uno

La lettura dell'insegnante: osservando la creazione nella sua complessità appare evidente la presenza di moduli ripetuti che suggerisce un lavoro sui **pattern**. Ipotizziamo un percorso che parte dall'analisi degli elementi che compongono la creazione di Matteo, continua con il gioco del **“E se...”** (conteggio e piccole operazioni).

Dall'analisi della creazione alla “lista” degli elementi



- Gli elementi che compongono la creazione, vengono organizzati in una lista: accanto al singolo elemento con segnature spontanee i bambini dichiarano la quantità usata.
- Ogni bambino rappresenta la creazione tenendo presente la lista degli elementi condivisa.

Nich: anche i tappi blu non sono 1.

Fran: sì, sono 2, **si vedeva anche senza contarli con le dita.**

Em: le cannucce 7.

Tessa: sì, **era meglio contarle fino al 7.**



La situazione problematica: e se aggiungo un tappo?



Filippo: vicino ai tappi ci sono 4 cannucce.

Tessa Zoe: ma una cannuccia è in comune (e mostra indicando) una cannuccia va in 2 tappi.

Filippo: ma Tessa i tappi hanno 4 cannucce.

Tessa Zoe: no il secondo tappo ne ha 3.

Ins: Tessa, Filippo ti dice però che i tappi devono avere 4 cannucce, perché dici che ne devi mettere 3 ?

Tessa Zoe: sì, deve avere 4 ma una è uguale al tappo numero 1.

Emma: è vero una fa 2 tappi.

Francesco: una cannuccia va da 2 tappi.

Tessa Zoe mostra come forma il fiore con 3 cannucce.

Ins: provo a farvi uno scherzo, sul banco vi metto un altro tappo blu e voi dovete formare un altro fiore ma quante cannucce serviranno?

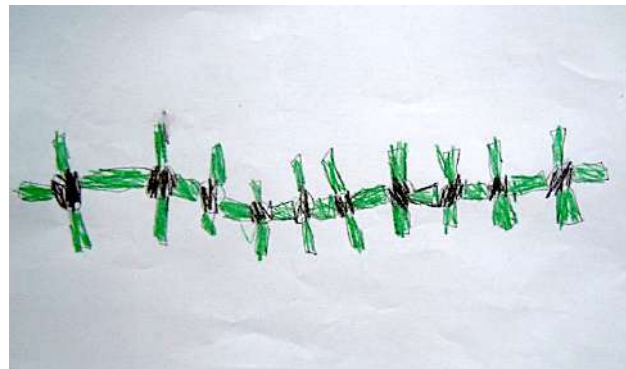
E se aggiungo un tappo...

E se tolgo una cannuccia...

Come continuiamo?

Che cosa cambia?

Cosa resta uguale?



In gruppo, a coppie, da soli ... formiamo altri pattern...



Con modalità e materiali differenti i bambini sperimentano e discutono le soluzioni trovate e poi rappresentano

I cubetti del lego



Una fila di bandierine

Demis: aggiungiamo sempre 1 alle bandiere colorate
Filippo: ma la bandierina verde no!

Ins: e quindi a cosa serve la verde, non la mettiamo?

Emma: no, quella separa la rossa e la gialla.

Tessa: la verde è sempre 1, le altre aumentano sempre.

Scuola dell'infanzia

Francesca Bassi

<http://creazionimatematiche.mce-fimem.it/il-percorso-didattico/gli-occhiali-del-matematico/>

Cristiana Paolini

<http://creazionimatematiche.mce-fimem.it/il-percorso-didattico/costruire-inventare/>

Valeria Griseri

<http://creazionimatematiche.mce-fimem.it/il-percorso-didattico/un-mondo-di-bottoni/>

Sabrina Masolatti

<http://creazionimatematiche.mce-fimem.it/il-percorso-didattico/giochiamo-con-i-pattern/>

Quadrato e cerchio

Che cosa vedete di geometrico in questa creazione?

G.: Io vedo una grande **circonferenza** che contiene tanti **cerchi**. Vedo anche nel cielo una circonferenza di lana.

A.: Ma il cerchio e la circonferenza sono la stessa cosa?

F.: No! Il **cerchio** è la forma con l'interno... lo spazio dentro... La **circonferenza** è solo il bordo...

A. Cioè il perimetro...

M.: Sul sole c'è un quadrato con sopra un cerchio...



Creazione Gruppo Elisa Roberto
Marco Alessandro



Il disegno porta tutto sul piano e nel passaggio dalle 3 alle 2 dimensioni emergono con chiarezza gli enti geometrici.



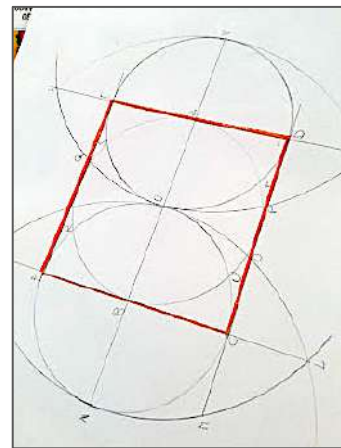
Il cerchio ci aiuta a disegnare un quadrato?

Con gli strumenti della geometria proviamo a costruire un quadrato...
Alessandro spiega: “Ho tracciato una **circonferenza**, poi un suo **diametro**. Ho puntato sulle estremità del diametro che toccano la circonferenza, con la stessa ampiezza della prima circonferenza, ho tracciato **due circonferenze congruenti** alla prima circonferenza. Ora unisco i **punti che si trovano sulla stessa retta** delle tre circonferenze in tutte le direzioni: in alto, a destra, a sinistra, in basso. In questo modo ho disegnato un quadrato con una circonferenza dentro che **tocca in 1 punto ciascun lato del quadrato**.”

Facendo il disegno ad occhio **non abbiamo certezza della perpendicolarità**: che fare?

I bambini a casa cercano come fare...

Marco scopre la procedura per fare la perpendicolare ad un segmento senza sapere che questa è la tecnica per costruire anche l'asse di un segmento.



Con GeoGebra il contesto cambia

Per prove ed errori arrivano a costruire un quadrato partendo dal cerchio ma con una strategia totalmente diversa dalla precedente che porta a definirne le proprietà.

F.: Tutti i lati sono uguali... ma anche un triangolo può avere tutti i lati uguali ma non è un quadrato...

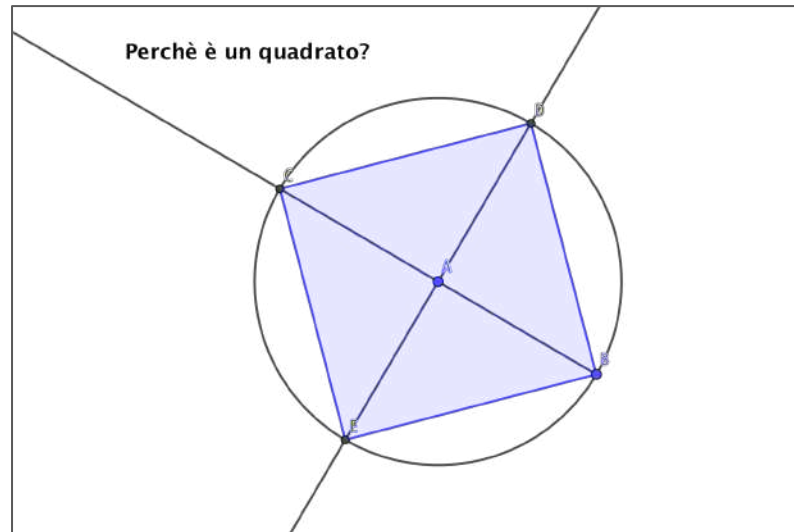
B.: Ma deve avere 4 lati... congruenti...

E.: Ma deve avere anche 4 angoli retti

T.: Ma anche un rettangolo ha 4 angoli retti...

N.: **Però solo un quadrato ci sta perfettamente in una circonferenza... tocca i 4 punti dei diametri perpendicolari della circonferenza.**

F.: I diametri sono **le diagonali del quadrato.**



Costruzione del quadrato con GeoGebra

F.: La circonferenza è formata da tanti punti vicinissimi... e sono infiniti, da quanti sono ...non si possono contare....

M.: Per disegnare i diametri abbiamo dovuto tener conto che fossero perpendicolari fra loro e finiscono per intersecarsi con un punto della circonferenza... cioè 4 punti, due per ogni diametro.

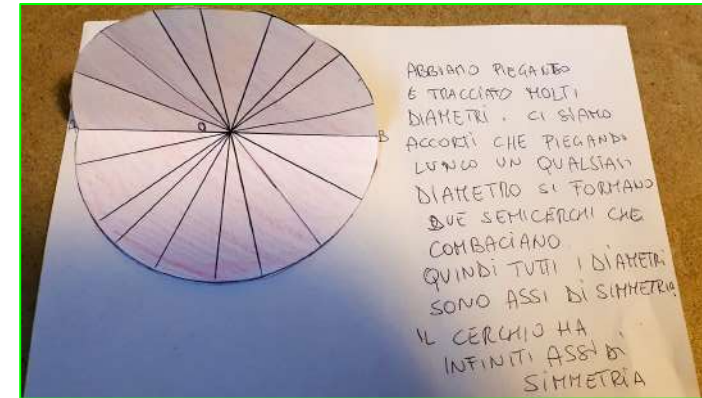
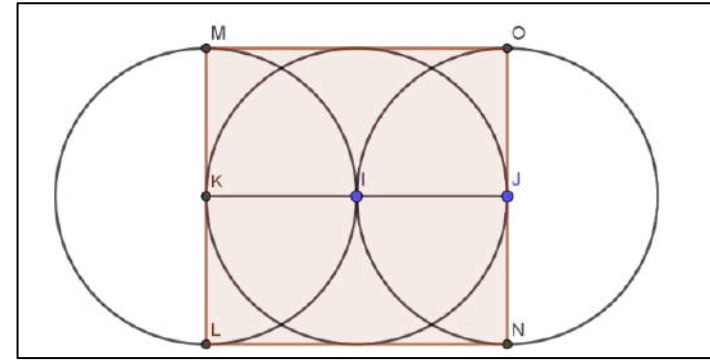
E. [I diametri] Sono assi di Simmetria del cerchio...!!

(Da questa osservazione partono poi attività con le piegature)

F. Sono segmenti congruenti... perché passano tutti per il centro..

G.: Ma potremmo disegnare infiniti diametri... perché la circonferenza ha infiniti punti...

M.: Ma se abbiamo detto che la circonferenza è fatta da infiniti punti... allora per ogni punto può passare un raggio... Quindi infiniti raggi e di conseguenza ...infiniti diametri... **come i numeri che sono infiniti...**



La distanza casa-scuola: una situazione problema

Per tornare a casa Aldo deve percorrere 500 metri e Beatrice 1000 metri. Immaginando che il percorso scuola-casa di A e B sia in linea retta, puoi prevedere dove si trovano le case di A e B?

A. **Le posizioni delle case possono essere tante a seconda della rotazione che noi facciamo della casa di A o di B... Certo la massima è 1500 m dove le case sono una opposta all'altra rispetto alla scuola al centro ...e si forma dalla rotazione di 180° .** Se facciamo ruotare una casa di 180° , si trovano nella stessa retta e dalla stessa parte rispetto alla scuola e abbiamo la distanza minima, cioè 500 m.

V.: Ma se una circonferenza è formata da infiniti punti, allora **ci sono infinite posizioni, una per ogni punto...**

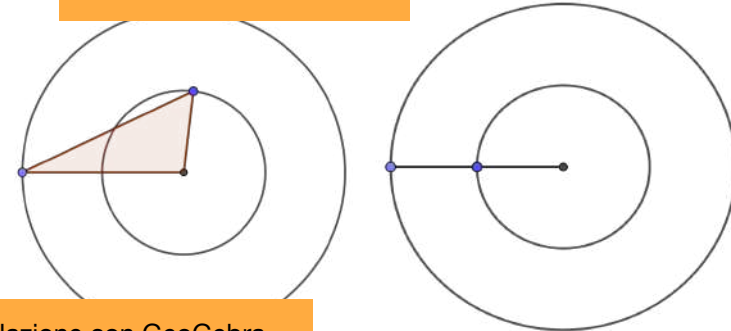
A: Anche io dico che ci sono infinite posizioni come ha detto V.



Simulazione con il corpo



Costruzione di un modello



Simulazione con GeoGebra

Cerchi concentrici nell'arte....



Brevetto di costruttori di cerchi e quadrati!



La retta dei numeri con i centesimi: conflitto tra interi e decimali

Serena: Secondo me di matematico ci sono i numeri decimali.

Gaia: ... ha usato la tabellina del 2

Nico: per me ha fatto la tabellina del 2 con i numeri decimali ...

Ahmed: ...ho deciso di fare **la tabellina del 2 per farci stare più numeri** cioè per 2

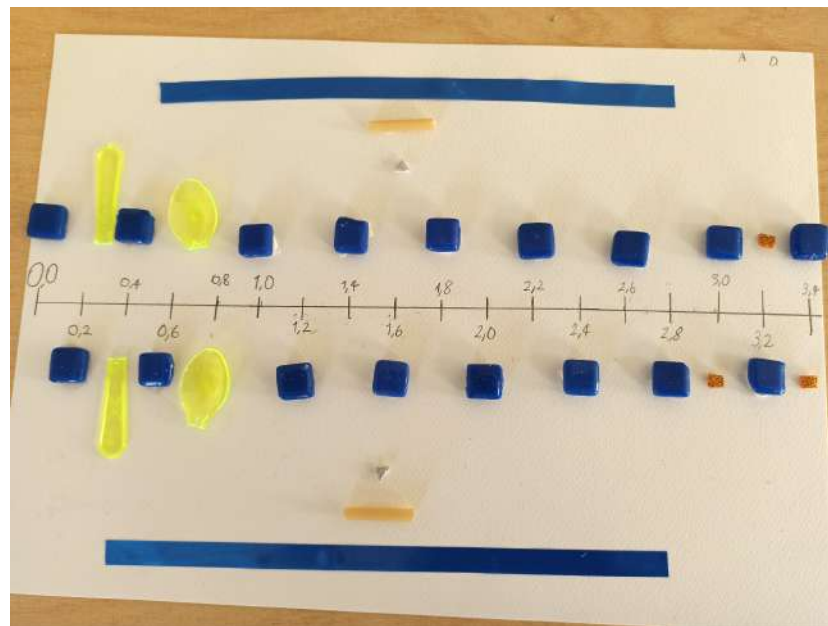
[...]

Matia: dopo lo 0,8 c'è 1,0 poteva scrivere anche solo 1

Nico: ... lo zero non vale niente, quindi se lo togliesse non ci sarebbe differenza... se lo togliesse a 0,2 farebbe la differenza... perché **0,2 fa parte dei decimali e se togli lo zero davanti diventano unità ... la virgola fa la differenza**

Marco C.: ma se Ahmed voleva mettere più numeri non **poteva fare 0,5... 1... 1,5... 2... 2,5... 3?**

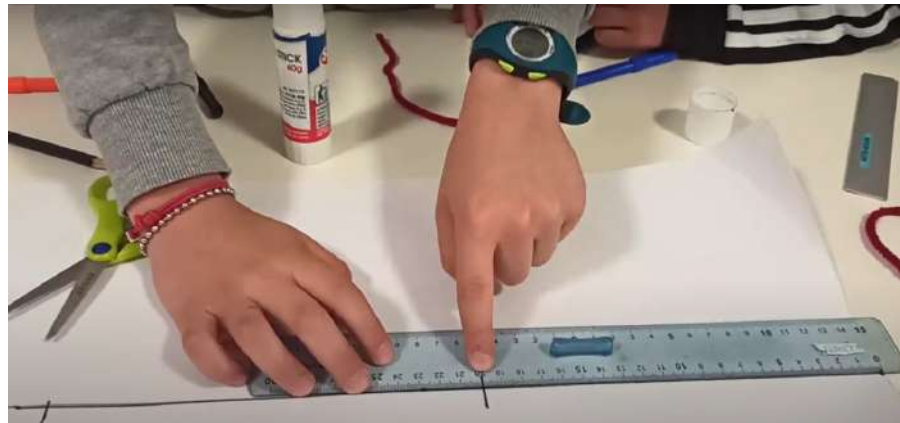
La creazione di Ahmed



La nuova consegna

Oggi fate una creazione matematica a tema **ispirandovi alla creazione di Ahmed**: create due rette numeriche con strisce di carta di lunghezze diverse in cui collocare il numero **3,25**.

- Usate i materiali e gli strumenti che vi sembrano più adatti.
- Spiegate per scritto come avete fatto a costruirla e perché avete collocato quel numero in quella posizione.



Mentre filmo i bambini mi spiegano il loro lavoro e si discute nel gruppo.

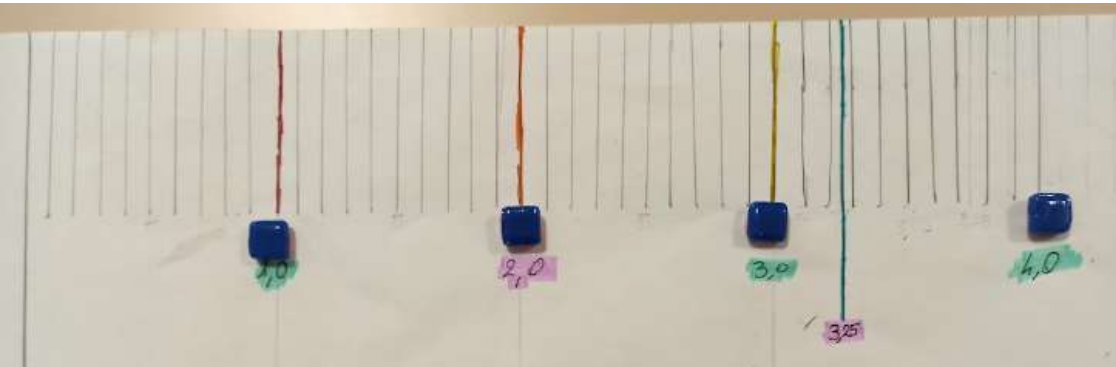
GRUPPO 2

I bambini decidono autonomamente di formare due sottogruppi: femmine e maschi

I maschi:

Per fare la retta ci vuole un'unità di misura.

Noi abbiamo messo il 3,25 in mezzo a 3,2 e a 3,3 perché il **3,25 è un mezzo di un mezzo.**

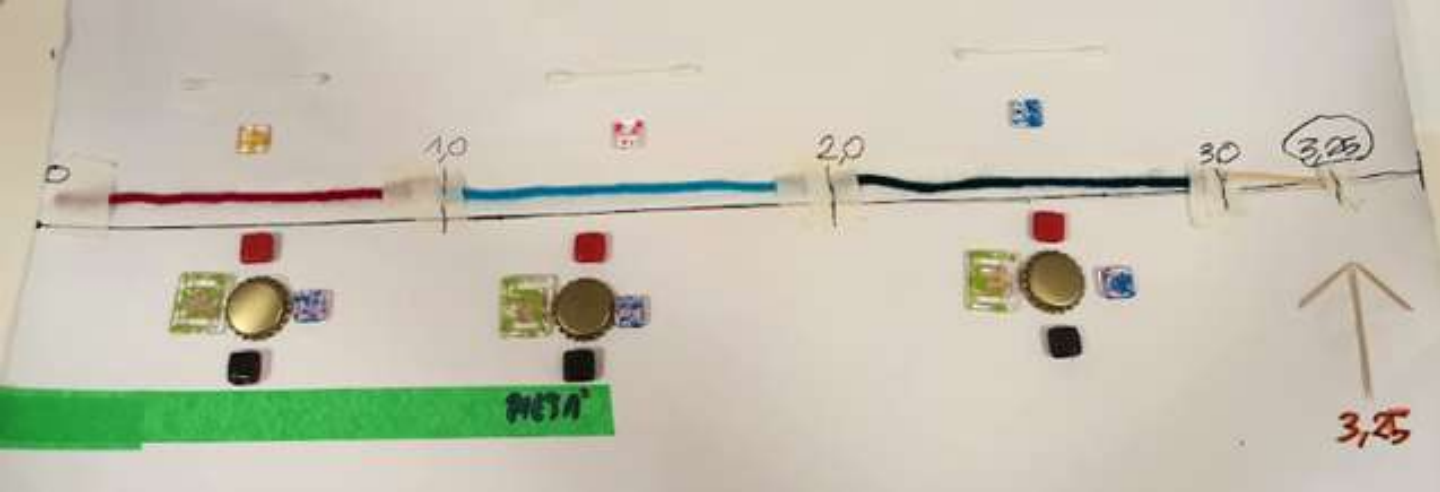


Le femmine:

Abbiamo fatto tacche da 0,0 a 4,0. Abbiamo seguito la linea dei numeri decimali sul nostro righello, ogni tacca corrisponde ad un cm.

Poi abbiamo messo il 3,25 tra 3,2 e 3,3 perché il 3,25 è un mezzo di un mezzo... significa che dentro a $\frac{1}{2}$ c'è un altro mezzo.

GRUPPO 3



Noi abbiamo tirato con il righello una retta.

Abbiamo deciso in base alla grandezza del foglio una **misura** che divisa per più di 3 stava nel foglio.

Abbiamo diviso **la distanza tra ogni unità in quattro perché c'è da fare 3,25 e lo 0,25 è $\frac{1}{4}$ di 1**

$$1 : 2 = 0,50 \quad 0,50 : 2 = 0,25$$

GRUPPO 4

Ahmed misura 20 cm tra 0 e 1 e prosegue anche nelle tacche successive poi posiziona il righello nel tratto della striscia finale e misura la distanza tra 3 e dove hanno scritto 3,50.

Ahmed: ...3,25 visto che è tra il 3 e il 3,50, **la metà è in mezzo ed è 3,25 perché $25 + 25$ fa 50...**

Ahmed però colloca il 3,25 al posto del 3,50 quindi non corrisponde ad $\frac{1}{4}$ dell'unità di misura di 20 cm cioè 5 cm.

Ins.: **Che valore ha quel 25?**

Ahmed: **Sono dei centesimi**

Ins.: **Ma tu hai detto $25 + 25$ fa 50, non li hai trattati da centesimi ma da unità... voi cosa ne dite?**



Alice: Sono dei numeri decimali... Non delle unità.

Ahmed: Esiste la **casa delle unità semplici, cioè unità, decine e centinaia, migliaia.**

Alice: E la **casa dei decimali** ...

Ins.: Ok , allora 'sto 25 perché sta lì?

Ahmed: perché **è la metà tra 3,0 e 3,50**

Alice: **Sì ...perché 50 diviso 2 fa 25**

Ahmed: **è 0,25**

GRUPPO 1

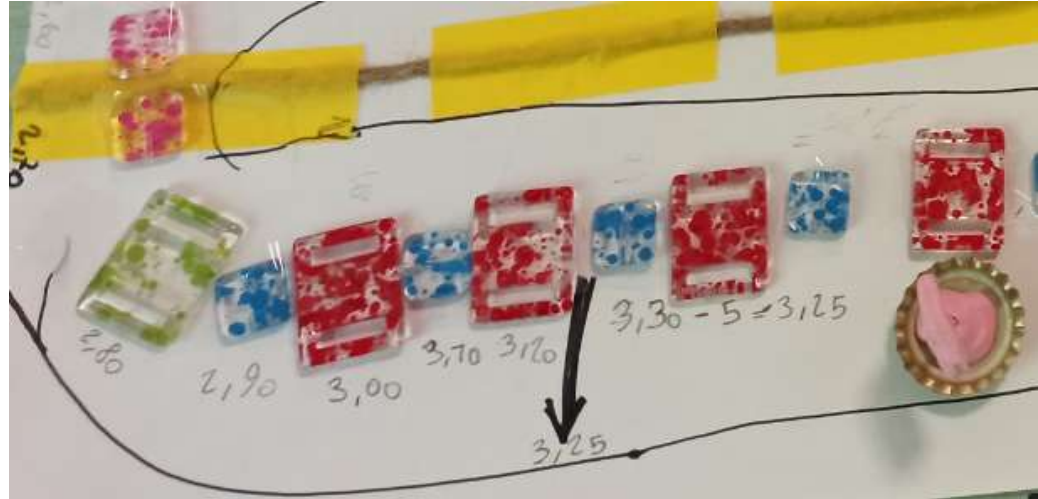
Serena: siamo partiti dall'idea di fare **una strada...** Questa è la partenza e l'arrivo è il 3,25. Facciamo la tabellina del 5... **0 - 0,5 - 0,10**

.... Ricomincia a contare

Serena: 0 0,5 1 1,5 2... 13,5

Alla fine della numerazione si accorgono che l'ultimo bottone corrisponde a 13,5 non a 3,25.

Manca l'idea di retta numerica e di unità di misura, fanno una strada con una curva mentre in mezzo c'è un filo di lana che poteva già rappresentare la retta, mettono i bottoni a caso senza definire la distanza tra uno e l'altro.



GRUPPO 1

Gaia interviene e suggerisce di contare **3...**

3,5.... 3,10.... 3,15 3,20 (il 3,20 corrisponderebbe al 5 di Serena).

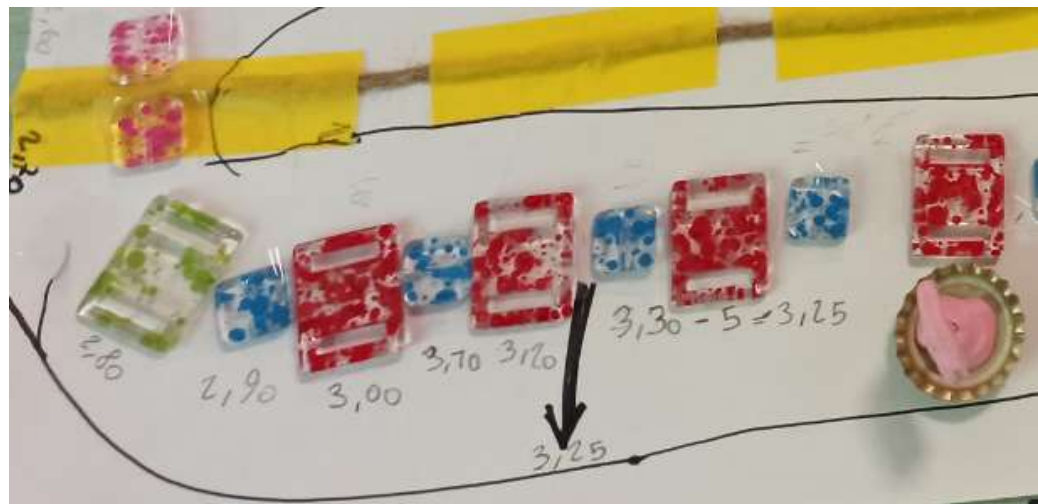
Qui è chiaro che **il modello degli interi è ancora presente e non sanno come uscirne**, questo è l'ostacolo da superare.

Propongo di scrivere una nuova numerazione ...dall'inizio...

Capiscono che **ci devono essere due cifre decimali per riuscire a collocare con senso il 3,25**, infatti lo collocano tra il 3,20 e il 3,30... in realtà stanno ragionando ancora sugli interi... e questo è testimoniato dal fatto che scrivano

$$3,30 - 5 = 3,25$$

Però si stanno spostando sull'idea dei centesimi contando per decine... è un bell'esempio di **tatônnement...**



La creazione di Aya: il conflitto **additivo**-**moltiplicativo**



Dalla discussione della creazione, gli spunti per proporre diverse situazioni problema:

La lepre Marzolina, Dal macellaio, Il puzzle di Brousseau.

Davide: ...a me ha fatto pensare alle **frazioni** perché è come se ha fatto che il primo è $\frac{4}{4}$, il secondo è $\frac{3}{4}$, poi $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{4}$.

M. Irene: è la stessa cosa dire la metà e dire $\frac{4}{4}$ e $\frac{3}{4}$?

Samu: no, dovremmo dire $\frac{1}{2}$

Fabia: **ha fatto la metà della metà della metà**

Stella: secondo me Aya ha pensato: **lì metto un numero tipo 15 e ha sempre sottratto il 5. E ha fatto 10, 5 e lì....**

M. Irene: quindi secondo te ha sottratto. Fabia ha detto che ha fatto la metà della metà della metà; quindi cosa ha fatto?

Fabia: **ho diviso.**

M. Irene: cambia o è la stessa cosa?

Fabia: forse è la stessa cosa

Cos: eh no, perché dividere significa che c'hai...

Ale: una quantità

Cos: una quantità e la devi dividere. **Sottrarre non è uguale.**

M. Irene: e cosa c'è di non uguale?

Samu: **se dividi, dividi per due. Se fai meno, fai meno un pezzettino.**

PISTE DI LAVORO:

- LEGAME TRA MOLTIPLICAZIONE E DIVISIONE
- CONFLITTO ADDITIVO-MOLTIPLICATIVO

Dalla creazione di Aya alla Lepre Marzolina

12.1 Un tè dalla Lepre Marzolina

La Lepre Marzolina stava apparecchiando la tavola il grande albero davanti alla sua buffa casa col tetto comignoli a forma di orecchie.

«Stella, stellina...» canticchiava mentre disponeva lunga tavola; il Ghiro dormiva come al solito vicino il Cappellaio Matto non si vedeva ancora.

Mancava poco ormai all'ora del tè: non avrebbe tardato. La Lepre Marzolina aveva fatto i conti; oltre alle 9 tartine sempre più del necessario) aveva preparato 9 tartine di marmellata e 9 rotolini di burro. Aveva infine versato d'acqua calda nella teiera.

Erano tre come al solito: lei stessa, il Ghiro ed il Cappellaio. «Eccomi!» disse quest'ultimo sbucando d'improvviso dal grande albero: era forse rimasto sempre nascosto lì. «Tutto è pronto!» replicò la Lepre Marzolina.

«Vedo, vedo...» disse il Cappellaio «9 tazze, 9 tartine di marmellata, 9 rotolini di burro...»

«... e 9 centilitri di tè» concluse la Lepre.

«Già» disse il Cappellaio. «siamo in 3: 3 tartine a testa di marmellata per ciascuno, 3 rotolini di burro ognuno... ed ancora 3 centilitri di ottimo tè!» concluse lei.

C'era una strana aria d'intesa tra i due: sapevano entrambi che il Ghiro avrebbe continuato a dormire ed essi avrebbero potuto dividersi la sua parte. Ma mentre stavano per sedersi a tavola comparvero improvvisamente il Coniglio Bianco, Alice ed il Gatto dello Cheshire.

«Accidenti!» pensò la Lepre «che cosa succede?»

«Salve!» disse Alice «Possiamo unirti?»

«Certo» rispose la Lepre «ma non ti dispiace?»

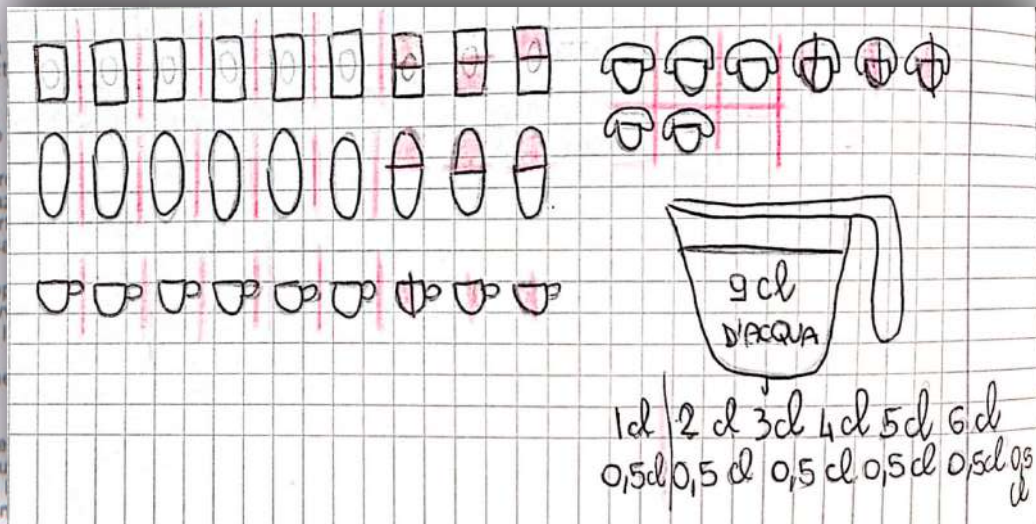
«Vedo, vedo...» disse il Gatto «non ti dispiace?»

«Vedo, vedo...» disse il Gatto «non ti dispiace?»

«... e 9 centilitri di tè» tagliò corto la Lepre.

«Ma perché 9 tazze?» chiese Alice.

«E chi lo sa!» rispose il Cappellaio.



Il problema è tratto da un testo di matematica per la scuola media di F. Arzarello e R. Barbero

Prima 9 tartine... per 3 personaggi,
poi ne arrivano altri 3 quindi: 9 tartine per 6 personaggi...

RIFLESSIONE SU DIVISIONE,
FRAZIONI E NUMERI DECIMALI

E se.... i personaggi fossero 12?

Citty: Mi son messo a fare i numeri tipo 0,50 , uno.... Tutti quelli lì per 12. Poi alla fine, dopo tantissimi tentativi, quando mi è uscito giusto, **mi sono accorto che 12 è proprio il doppio di 6. E che bastava fare la metà di 1,5.** [...] in più parti devo dividere, le parti saranno più piccole. E in questo caso era proprio a metà e bastava fare diviso due al risultato di prima. Però me ne sono accorto dopo...

Samah: ho fatto la stessa cosa di Citty. Perché ho pensato subito: **se è il doppio, allora sarà la metà.** Se i partecipanti sono il doppio, prenderanno meno porzione. Più aumenta il numero di persone, più prendono meno tartine, meno cose...

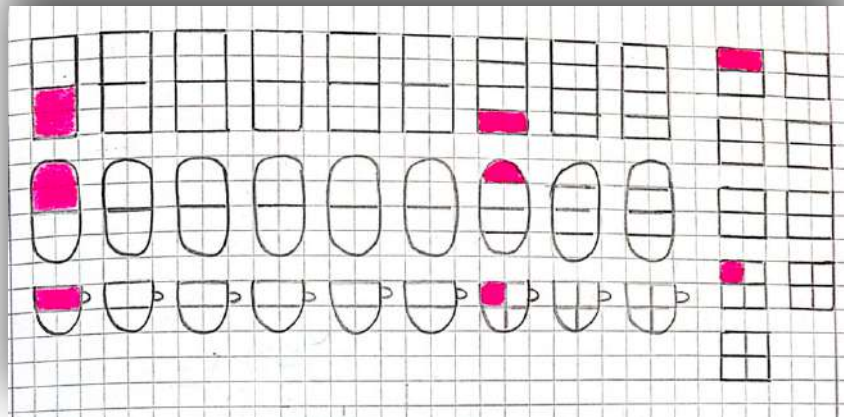
Maestra Irene: e perché si mangia meno di un intero?

Franci: **Più il numero di personaggi è maggiore, più la porzione, diminuisce**

Nicho: è perché più divido, più i pezzi diventano piccoli e la quantità diminuisce.

Maestra Irene: ma perché proprio meno di un intero?

Nicho: perché se abbiamo fatto 6 e 12 ed era la metà, **vuol dire che vale sempre questo ragionamento. Faccio il doppio e poi faccio la metà.**



**PROPORZIONALITÀ
INVERSA**

Moltiplicare per 0,

DAL MACELLAIO (il problema del prosciutto!)

Luca e Francesca si trovano in macelleria.

“Ciao!”, dice Luca, e intanto paga alla cassa con una banconota da 20 euro i 3 etti di prosciutto crudo che ha comprato.

Francesca dice: “Anch’io sono venuta a comprare il prosciutto, la mamma mi ha detto di comprarne una fetta da 0,6 etti e mi ha dato questi soldi” e mostra a Luca le monete che ha in mano: 1,50 euro.

“Non ti basteranno!”, dice Luca, “guarda in vetrina: il prosciutto costa 2 euro l’etto”

Pensate che Luca abbia ragione? Date le vostre risposte e spiegate perché.

PROPORZIONALITÀ DIRETTA

Andrea Co: **io pensavo che andava bene anche la sottrazione.** Pensavo: da un etto tolgo 0,6, quindi anche ai due euro tolgo 0,6

Maestra Irene: e perché non funziona questa sottrazione?

Citty: gli euro sono 2 mentre l’etto è 1

Maestra Irene: quindi sono diversi, non si può togliere la stessa quantità.

Citty: se no si può togliere agli euro il doppio di quello che togliamo agli etti.

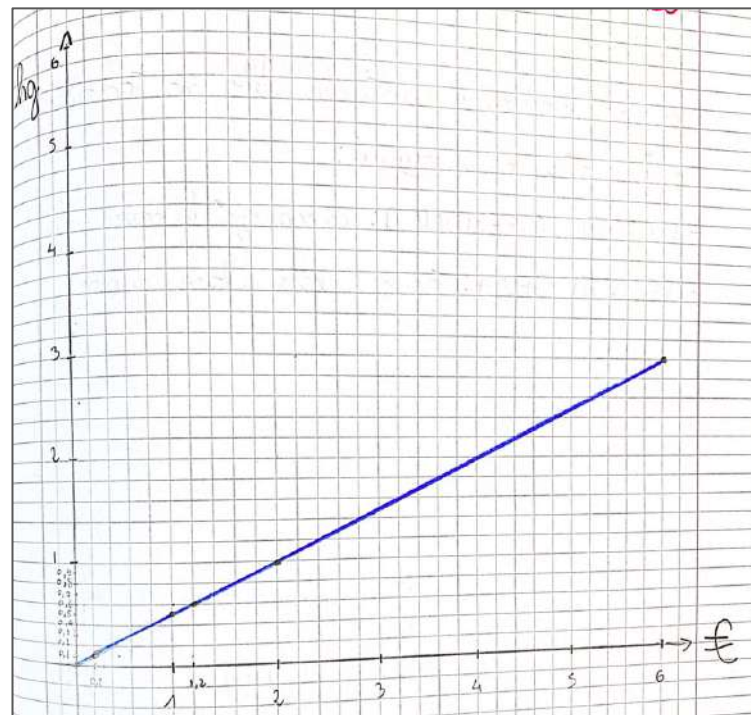
Maestra: e perché?

Samah: perché i soldi sono sempre il doppio degli etti

Dalla tabella al grafico

hg-ETI-	€ EURO
1	2
0,5	1
0,1	0,2
0,6	1,2
3	6

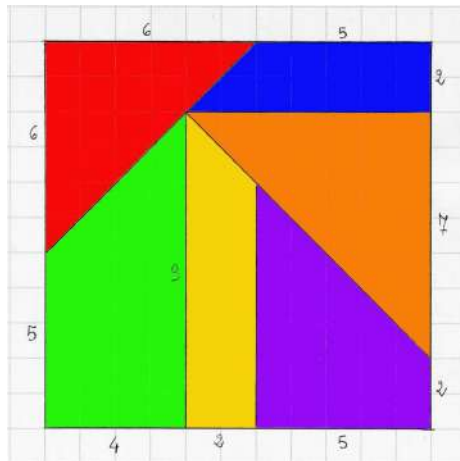
LA TABELLA PER CAPIRE LA RELAZIONE



IL GRAFICO PER RIFLETTERE SULLA
PROPORZIONALITÀ DIRETTA

Torniamo sul conflitto additivo-moltiplicativo...

IL PUZZLE DI BROUSSEAU



Regola di ingrandimento: il lato del pezzo che misura 4 cm, sul puzzle ingrandito dovrà misurare 7 cm.

Ogni alunno deve costruire uno solo dei 6 pezzi. E se i pezzi non combaciano?

Vacca Irene Classe 5 Primaria IC Barzanò (LC)

Franci: abbiamo fatto +3 cm, ma poi quando siamo andati con il gruppo abbiamo capito che non era la strategia giusta. Il mio gruppo è andato per tentativi. Alla fine **abbiamo trovato il numero che moltiplicato per 4 dava 7**. Così **abbiamo aggiunto...** No! Abbiamo **moltiplicato** il numero ottenuto per i centimetri dei lati.

RIMANDI ALLE SITUAZIONI PRECEDENTI:

Samah: volevo dire quello che ha detto Franci. Perché non potevamo fare $+3, +3, +3, \dots$. E non era giusto perché come **quello del prosciutto**; non potevamo fare **sempre meno la stessa quantità**. Qui **aggiungere sempre la stessa quantità** non andava bene.

...

Franci: a me viene in mente la creazione di Aya, che c'era qualcuno che voleva fare +5, +5 e invece era sempre il doppio.

POST-IT E PERCENTUALI

Giacomo: di matematico ci sono le **percentuali**, come le ha scritte lui, sono matematiche. Perché 75% vuol dire $\frac{3}{4}$, è un po' come dire $\frac{3}{4}$ e 25% è un po' come dire $\frac{1}{4}$.

Enea: è come se su 100 parti ne prendi solo 75. Quello è il 75%, invece per fare 25% vuol dire che hai 100 parti e ne prendi 25.

Giacomo: praticamente 25×3 fa 75, perché $25-50-75$, ecco perché ho detto che 75% è $\frac{3}{4}$ perché 25×4 fa 100.

Ins: quindi $25/100$ è uguale a $1/4$?

Rebecca: sì, perché vogliono dire la stessa cosa, sono **frazioni equivalenti**.

Ins: cosa vuol dire frazioni equivalenti?

Davide: sono frazioni che indicano la stessa quantità anche se sono scritte con numeri diversi. Ad esempio 25, 100, 1, 4 sono numeri diversi ma possiamo dire che 25% è la stessa cosa di $\frac{1}{4}$. [...]

Edoardo: ...però, Gabriel, potevi anche usare il grafico a torta. Io le percentuali le ho viste sul libro di geografia e c'è sempre il grafico a torta.

Francesca Demartini Classe 5 primaria IC Pinerolo 2



Creazione di
Gabriel

...ALLE PISTE DI LAVORO:

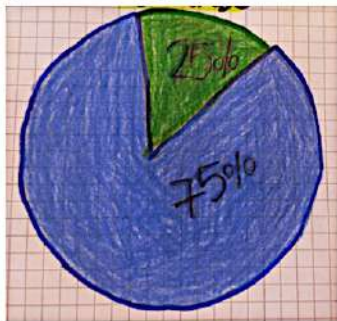
- Percentuali
- Frazioni
- Frazioni equivalenti
- Rappresentazione grafica di percentuali e frazioni

SITUAZIONE PROBLEMA:

Gli alunni propongono 3 metodi per realizzare il grafico a torta e rappresentare le percentuali della creazione di Gabriel.

PROPOSTA DI EDO

Fare un cerchio e poi fare due fette. La fetta piccola rappresenta il 25% la fetta grande rappresenta il 75%



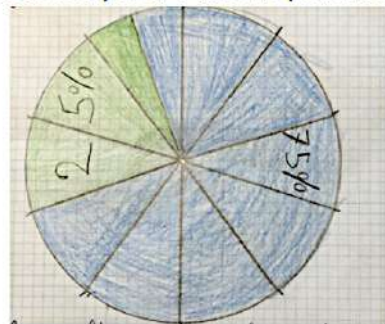
PROPOSTA DI DAVIDE

Dividere il cerchio in 4 parti uguali. Colorare 3 parti azzurre per fare il 75% e una verde per fare il 25%



PROPOSTA DI GIACOMO

Fare un cerchio, dividere il cerchio in 10 parti uguali, poi una delle 10 fette dividerla a metà. Colorare 7 pezzi e mezzo per fare il 75% e 2 pezzi e mezzo per fare il 25%



Ins: qual è o quali sono i metodi che hanno funzionato? Perché?

Giacomo: Se mettiamo a confronto il grafico di Davide e quello di Enea le percentuali sono giuste in tutti e due i grafici. Quello di Enea ha gli spicchi molto più piccoli, quello di Davide ha pochi spicchi più grandi.

Leon: quello di Edo non andava bene, perché potevi fare il 25% anche solo di un quadretto e non andava bene. Perché non è davvero il 25%.

Francesca Demartini Classe 5 primaria IC Pinerolo 2

IL PERCORSO CONTINUA...

I grafici a torta sul libro di geografia

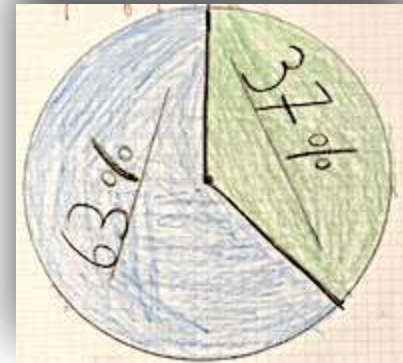
Individuare una regola funzionale a costruire un grafico a torta con percentuali di qualsiasi tipo



Reby: io ho calcolato il 63% in gradi.. ho fatto 63% di 360°, perché in tutto il 100% è 360°, è un angolo giro.

Enry: io ho fatto 37% + 63% fa 100% ovvero un angolo giro 360°, perciò ho fatto 360°:100 per sapere quanto vale uno dei 100 spicchi. Fa 3,60.

Quindi 3,6 sarebbero i gradi di uno spicchio su 100. Poi ho fatto 3,6 x 37 perché così capisco quanti gradi sono ampi 37 spicchietti su 100 e fa 133° circa. Quindi 37% è ampio 133,2° ma ho approssimato per difetto a 133°. Poi il 63% è lo spicchio rimanente: quindi 226,8° ma ho approssimato a 227°.



TANTI GRAFICI, INFORMAZIONI DIVERSE

Ins: esiste solo il grafico a torta oppure ci sono altri modi per rappresentare le informazioni?

Gabriel: no, ad esempio quando abbiamo fatto l'indagine sulla temperatura abbiamo rappresentato i dati su un **piano cartesiano** [...]

Davide: e poi c'è anche **l'istogramma**...

Ins: Ma tutti i grafici vanno bene per rappresentare tutte le situazioni?

Gabriel: no, quello della temperatura non potevamo farlo tipo con il grafico a torta.

Giacomo: però dipende, se ci sono un tot di penne di 3 colori diversi possono rappresentare le percentuali con un grafico a torta oppure anche un istogramma. [...]

Leo C: dall'istogramma riesco a **vedere subito il numero di persone** che hanno scelto ogni cosa [...]

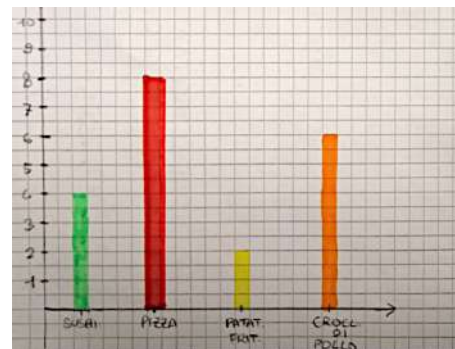
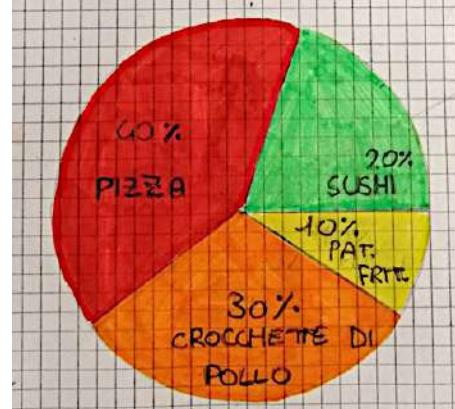
Ins: nel grafico a torta riesci a capire qual è il pasto preferito degli alunni della 5B?

Leo c: sì, quello rosso è lo spicchio più grande, quello della pizza. Quindi **capisco che l'hanno scelto più persone. Però non capisco subito il numero di persone** che ha scelto la pizza.

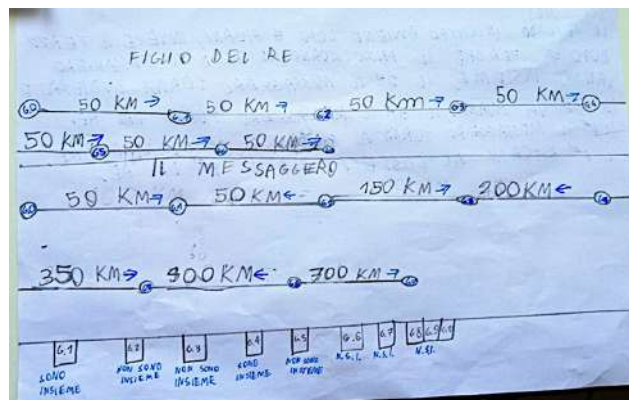
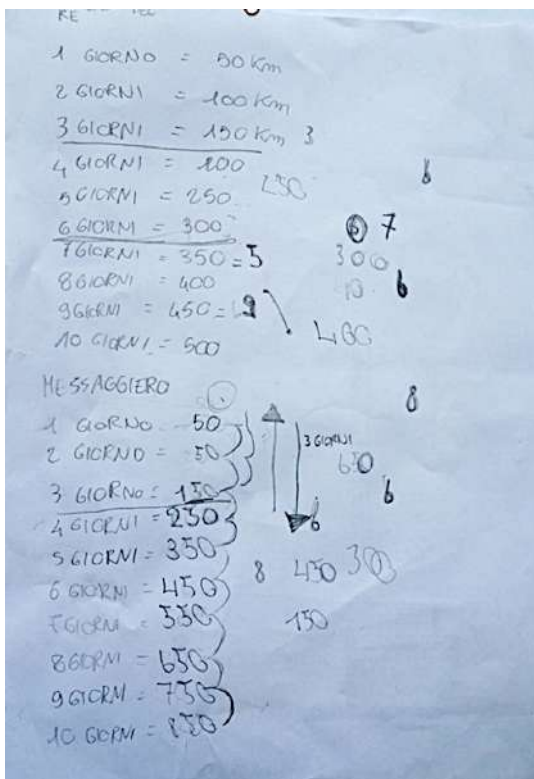
Ins: e per sapere quanti bambini hanno scelto la pizza guardando solo il grafico a torta?

Leo C. **devo fare dei calcoli.**

Francesca Demartini Classe 5 primaria IC Pinerolo 2



SITUAZIONE PROBLEMA: IL FIGLIO DEL RE E IL MESSAGGERO



I bambini danno le loro soluzioni attraverso **rappresentazioni** molto diverse fra loro che poi in discussione vengono confrontate e valutate.

Un gruppo simula la situazione usando oggetti e una striscia di carta, **mentre raccontano la storia muovono gli oggetti.**



Il testo della situazione si trova in **Matematica 2001**

ALLA RICERCA DI UNA REGOLA CONDIVISA

Davide: forse dobbiamo usare il piano cartesiano.

Ins: perché? Cosa mette in luce il piano cartesiano che invece non è possibile fare con gli altri grafici?

Edo: mettiamo in relazione due cose (spazio/tempo).

Leo C: sì, dobbiamo mettere in relazione i **chilometri** che fanno con i **giorni**.

FILIPPO, REBECCA ED ENZA

INCONTRO	GIORNI	TESTI	ANNI
1 ^a	3	0	0
2 ^a	9	0	0
3 ^a	27	circa 4	0
4 ^a	81	circa 3	0
5 ^a	243	circa 8	0
6 ^a	729	circa 24	circa 2
7 ^a	2187	circa 84	circa 6
8 ^a	6561	circa 218	circa 18
9 ^a	19683	circa 55	circa 54
10 ^a	59049	circa	circa 160



REGOLA: X 3

PER CAPIRE QUANTI GIORNI PASSANO PER OGNI INCONTRO ABBIAMO MOLTIPLICATO I GIORNI DI OGNI INCONTRO PER 3 PER ARRIVARE AL DECIMO INCONTRO.

Scuola primaria

Paola Spolaor

<http://creazionimatematiche.mce-fimem.it/il-percorso-didattico/in-gruppo-per-creare/>

Antonella Varesi

<http://creazionimatematiche.mce-fimem.it/il-percorso-didattico/simmetrie-numeriche/>

Irene Vacca

<http://creazionimatematiche.mce-fimem.it/il-percorso-didattico/la-creazione-di-aya/>

Francesca Demartini

<http://creazionimatematiche.mce-fimem.it/il-percorso-didattico/post-it-e-percentuali/>

Riferimenti bibliografici

UMI MIUR SIS **Matematica 2001** (scaricabile da internet <https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/primo-ciclo/>)
eBook e libri *Edizioni MCE* utili per i percorsi illustrati
(consultare i cataloghi su <http://libri.mce-fimem.it>)

Sul numero

I bambini sanno contare (sulla costruzione del concetto di numero infanzia e classe prima primaria)

In lavorazione: **Torte e tartine** (strutture moltiplicative, frazioni, numeri razionali)

Sulla geometria

Oggetti forme strutture (sul primo approccio alla geometria)

Facciamo geometria (scrivere a redazionequaderni@mce-fimem.it)

In arrivo: **Danze sul filo** (isometrie, traslazione)



CINZIA MION

PAOLO MAZZOLI

KETTY SAVIOLI

NICOLETTA LANCIANO

ENRICO BOTTERO



Proposte per il futuro

Da ottobre a dicembre 2021

LIVELLO 1 (base): per nuovi partecipanti (max 20)

Webinar di accoglienza in cui si illustrano le modalità di lavoro del gruppo e si introduce il percorso guidato di studio creato su Moodle utilizzando tutto ciò che è stato prodotto lo scorso anno negli incontri formativi con possibilità di interazione tramite forum e webinar dedicati in base alle esigenze manifestate dai partecipanti.

Da ottobre a fine anno 2022

LIVELLO 2 (avanzato): per chi ha partecipato al corso “Fate una creazione matematica!” e vuole entrare a far parte del Gruppo di ricerca nazionale MCE a tutti gli effetti. (max 30)

Ne faranno parte:

- coloro che l'anno scorso hanno sperimentato e documentato le loro attività;
- coloro che hanno seguito il corso senza sperimentare ma si impegnano a farlo nel nuovo anno;
- eventuali partecipanti del LIVELLO 1 che, dopo la formazione introduttiva, hanno interesse a sperimentare e documentare.

Focus di ricerca

1. PROGETTAZIONE-DOCUMENTAZIONE-VALUTAZIONE

Domande di ricerca: Come si progetta, documenta, valuta un percorso che prende avvio da una creazione matematica? Produzione di schemi di progettazione e condivisi, protocolli da seguire nella documentazione, elaborazione di strumenti per la valutazione formativa, analisi di esempi di percorsi e sperimentazione e accompagnamento a partire da quello che emerge nelle classi.

2. CONDUZIONE DELLA DISCUSSIONE, BUONE DOMANDE

Domande di ricerca: Come si organizza una discussione a partire dalle creazioni? Quali domande fare e quali evitare? Quali interventi dell'insegnante sono generativi e quali invece bloccanti? E nelle fasi successive alle creazioni (es. durante la conduzione di una situazione problema) che cosa cambia? Come si prepara un canovaccio di discussione? Di quali elementi occorre tener conto? Quali strumenti/strategie rendono più efficace la discussione? Quali sono gli aspetti disciplinari da approfondire per monitorare la correttezza dei contenuti e per cogliere agganci per i percorsi successivi?

3. SITUAZIONI PROBLEMA

Domande di ricerca: Che cosa sono le situazioni problema (riferimenti teorici ed esempi pratici)? Come si costruiscono e/o dove si reperiscono? Come si conducono? Come si mettono in relazione con le creazioni e con il curriculum di matematica?

4. INCLUSIONE

Domande di ricerca: Quali evidenze abbiamo/cerchiamo per convalidare il fatto che le creazioni matematiche siano/diventino uno strumento per l'inclusione? Come gestire una sessione di creazioni in modo che sia effettivamente inclusiva? Quali strumenti risultano più efficaci? Come documentare queste situazioni per evidenziare e valorizzare le differenti modalità di approccio ai problemi che le creazioni stimolano? Qual è la relazione tra ricerca personale del singolo bambino e ricerca collettiva della classe?

5. INTEGRAZIONE CON LE TECNICHE FREINET

Domande di ricerca: Quali tecniche Freinet sono state sperimentate in modo efficace integrandole nel percorso sulle creazioni matematiche? Quali sono da sperimentare? Quali elementi di novità sia nella proposta delle tecniche (differenze introdotte rispetto alle tecniche tradizionali) sia nella sperimentazione di altre tecniche funzionali al lavoro cooperativo?