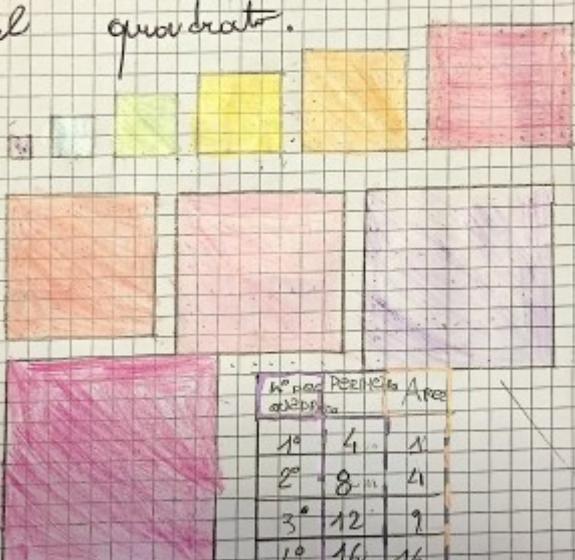


19 e 20/01/23

Tutto parte dalla RICERCA MATEMATICA DI SVEVA sul perimetro del quadrato e sull'area. Sveva ha riflettuto e ha proposto poi una rielaborazione delle sue idee di fronte alla classe. Questa la documentazione del lavoro:

Macedo 10 Gennaio 2023

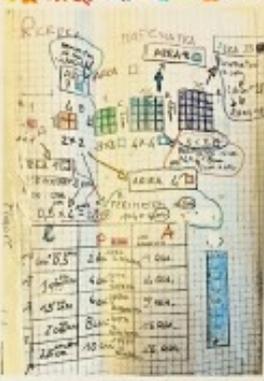
La mia ricerca si è concentrata sul perimetro e l'area, ed è partita dal perimetro del quadrato.



N° lato	Perimetro	Area
1°	4	1
2°	8	4
3°	12	9
4°	16	16
5°	20	25
6°	24	36
7°	28	49
8°	32	64
9°	36	81
10°	40	100

Dopo una riflessione in classe Sonia ha documentato la discussione dei bambini riguardo la ricerca matematica di Sveva e ha proposto loro di capire come si calcolava l'area.

**Ricerca matematica di Sveva**



La scorsa settimana abbiamo ascoltato la presentazione della ricerca di Sveva. Il suo interesse di ricerca era focalizzato sull'area e il perimetro del quadrato. Ha disegnato tanti quadrati che aumentavano di un quadretto e ha studiato come cambiava il perimetro e l'area. Abbiamo realizzato una tabella per capire meglio.

Numero del quadrato. (lunghezza del suo lato)	Perimetro	Area
1	4	1
2	8	4
3	12	9
4	16	16
5	20	25

**Discussione**

Jan Paul: se l'1 diventa 4 per il perimetro, poi facciamo 2 per 4 che fa 8 quindi il 4 di prima viene moltiplicato prima per 2, poi con il 3 che è il terzo quadrato e 12 è il perimetro del terzo quadrato e 9 è l'area.

Cloe: secondo me nel perimetro ci aggiungi 3. Ce ne sono sempre 3 in più. Prima aggiungo 3, poi 6, poi 9, poi 16... Ci aggiungi sempre 3, con i pattern che ci facevi tu magari era +1 o +2, qui è +3.

Yassmin: secondo me si aggiunge 4 nel perimetro, ogni volta.

Omar: è la tabellina del 4.

Jan Paul: io per calcolare il prossimo perimetro ho una tecnica: 2x4 che fa 8, 3x4 che fa 12, e poi faccio sempre così.

Giorgio: ti ricordi la scatola che avevo indovinato io? Potrebbe essere il doppio. Secondo me si raddoppiano. I primi si raddoppiano.

Ins.: Questo funziona solo per i primi due numeri, devi trovare un modo che funzioni sempre. Il metodo di Jan Paul ti convince?

Giorgio: il metodo di Jan Paul mi convince molto, in effetti il 4 potrebbe essere il numero chiave.

Sole: secondo me aumenta sempre di 3, NELLA 1° COLONNA E DI 4 NELLE 2°

Davide: diciamo che il 3 e il 4 potrebbero essere entrambi numeri chiave perché uno è con l'addizione e l'altro con la moltiplicazione, quindi non è che si capisce, diciamo che potrebbero essere loro due.

Sara: secondo me fai sempre +3 da un numero all'altro.

Ins.: quindi cosa decidiamo?

Cloe e Sara: secondo noi +3 e poi vai avanti...

Davide: secondo me è un metodo molto facile però sentiamo ora per la moltiplicazione.

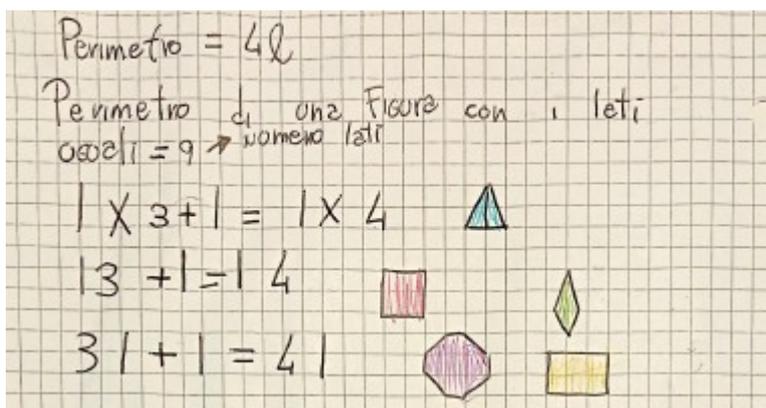
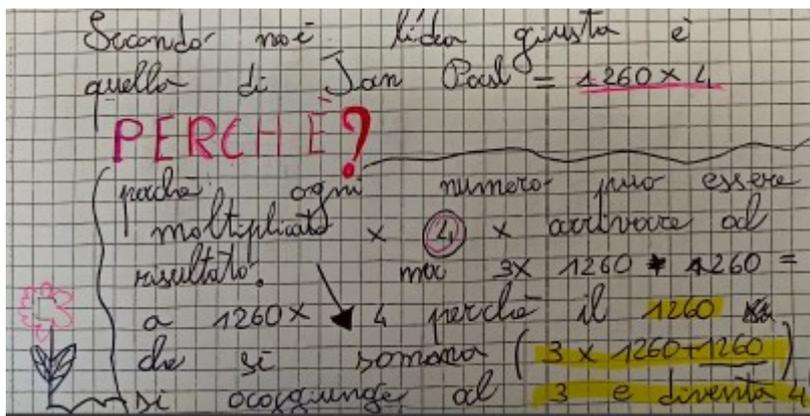
Ins.: per sapere se è facile oppure no, proviamo con il quadrato numero 1260. Mi dite cosa scrivere nella colonna del perimetro? Scegliete la macchina di Cloe o quella di Jan Paul?

Cloe: bisogna fare  $3 \times 1260 + 1260$

Jan Paul: secondo me bisogna fare  $1260 \times 4$

In piccolo gruppo discutete rispetto alle idee di Jan Paul e di Cloe per cercare di capire quale sia il metodo corretto più conveniente per calcolare il perimetro dei quadrati. Scrivete sul quaderno le vostre idee.

consegna



Questo lavoro si svolge su più giorni: il 19 gennaio i bambini hanno svolto il lavoro di gruppo, il 20 gennaio hanno terminato le riflessioni e hanno esposto il lavoro. Come sempre non riporto la sbobina del lavoro di gruppo perché ho saltato da un gruppo all'altro, riporto le informazioni che ritengo più significative riguardo alle intuizioni dei bambini. Inoltre, in questo caso, non riporto in ordine cronologico le informazioni ma unisco con un senso il materiale ricavato da osservazioni e trascrizioni di giovedì e venerdì:

RICERCA DI SVEVA: NUOVE PISTE DI LAVORO...

ATTIVITÀ IN PICCOLO GRUPPO

A PARTIRE DAL LAVORO DI RICERCA DI SVEVA CI CONCENTRIAMO SULL'AREA.

DISEGNATE UN QUADRATO DI LATO 1 (UTILIZZATE I QUADRETTI DEL FOGLIO).

QUANTO MISURA LA SUA AREA?

SE RADDOPPIO IL LATO DEL QUADRATO QUANTO MISURA LA SUA AREA?

E SE SI VA AVANTI IN QUESTO MODO COSA SUCCEDDE?

DISEGNATE I QUADRATI (SCEGLIETE UN MODO CHE CHIARISCA AGLI ALTRI IL VOSTRO RAGIONAMENTO) E REALIZZATE UNA TABELLA PER CAPIRE CHE COSA SUCCEDDE ALL'AREA DEI QUADRATI QUANDO SI CONTINUA A RADDOPPIARE I LATI.

**Sonia:** Cosa avete capito della consegna? Che cosa dovete fare?

Sole: Niente, io non ho capito davvero, non sto scherzando

**Sonia:** Cerchiamo di capirla insieme perché magari mi sono spiegata male. Proviamo a declinarla meglio

Cloe: Quello che dobbiamo fare è fare un quadrato  $1 \times 1$  poi raddoppiarla e il doppio è  $2 \times 2$  poi il doppio è  $4 \times 4$  poi  $8 \times 8$  poi  $16 \times 16$  e poi vedere cosa succede. Poi finisco di leggere

**Sonia:** Ora è più chiaro?

Cloe: La Sonia ci ha chiesto... posso andare alla lavagna? Di fare un quadrato  $1 \times 1$  e poi raddoppiare e farlo  $2 \times 2$  e poi raddoppiarlo e farlo  $4 \times 4$

Sole:  $3 \times 3$

Cloe: No perché dobbiamo raddoppiarlo quindi il doppio di 2 è 4

Sole: Quindi  $8 \times 8$

Cloe: E dobbiamo capire che cosa succede

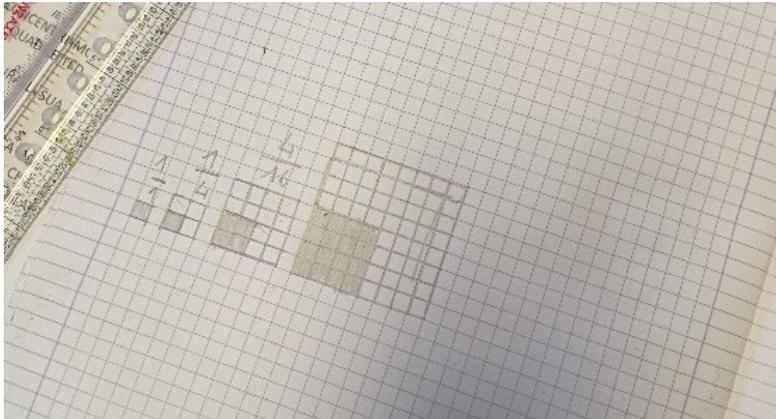
**Sonia:** Poi vi chiede di **disegnare** i quadrati come ha fatto Cloe o come volete, decidete nel gruppo, e poi un'altra cosa che dovete fare è **realizzare** una tabella. Queste due cose devono esserci, poi come sempre la **spiegazione**.

**Sonia:** Mezz'ora di lavoro, alle 9.30 ci ritroviamo.

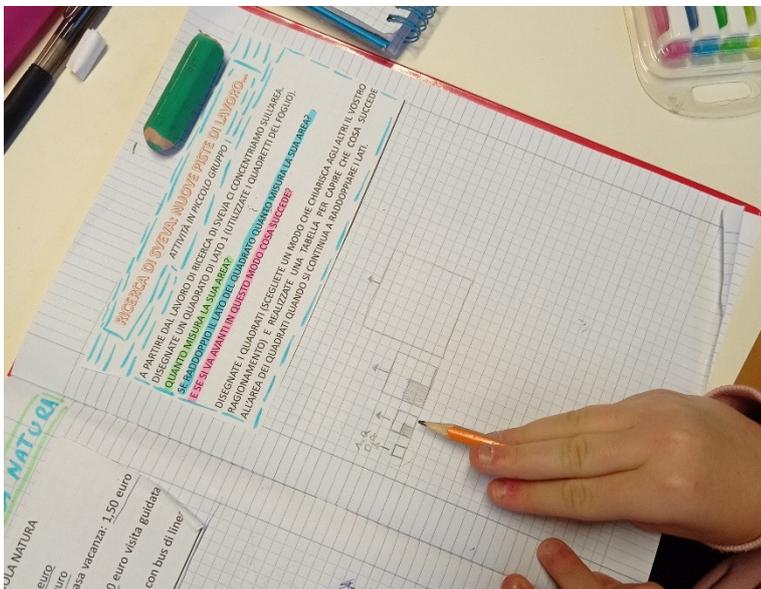


LAVORO IN GRUPPI:

Matteo Sveva Arianna Alessandro Malik



Matteo



Arianna

Domanda sorta da Sveva durante il lavoro: Ma quanti quadrati dobbiamo fare?

Maestra Elena: Tanti quanti vi servono per capire questa cosa.

(...)

Matteo: secondo me centrano le frazioni

Arianna: Ma il perimetro?

Questo è il primo gruppo che in autonomia ha avuto l'intuizione di trovare il quadrato "piccolo precedente" dentro al quadrato di lato raddoppiato, i bambini si rendono conto che è  $1/4$  ecco che Matteo aveva ragione con la sua intuizione che c'entravano le frazioni. Vedendo questa loro intuizione provo a rilanciare quello che è emerso per poter smuovere un ragionamento:

Perché diventa 4 volte più grande e non 2 volte più grande... se raddoppio il lato, non raddoppia?

## PRESENTAZIONE DEL LAVORO

Alessandro: Noi all'inizio abbiamo fatto un quadrato poi l'abbiamo fatto più grande e l'abbiamo sempre aumentato, poi abbiamo dato dei nomi a questi quadrati e poi abbiamo fatto la tabella e abbiamo scritto tutti i quadrati e abbiamo calcolato l'area, la lunghezza dei lati e le frazioni.

**Sonia: Alessandro ci sta dicendo i vari passaggi del lavoro**

Matteo: La mia spiegazione, io ho provato a usare le frazioni e ho scoperto che la frazione più piccola è  $1/4$ ...  $16/34$ esimi che se la divido più che posso è  $1/4$ .

**Sonia: Questa frazione più piccola si chiama ai minimi termini perché voi avete trovato delle altre frazioni che sono uguali ad  $1/4$**

Matteo: Tipo le mie sono  $16/34$  e  $4/16$

**Sonia: E tutte queste frazioni come sono tra loro?**

Matteo: In che senso?

Alessandro: È tutto  $1/4$ ... il quadrato A è  $1/4$  di quadrato B...

**Sonia: Lo puoi scrivere alla lavagna... avete attribuito ad ogni quadrato una lettera?**

Sveva: Sì perché con la tabella facevamo il primo quadrato e però non era tanto chiaro... e abbiamo deciso di scrivere a fianco  $1/4$  di B che è riferito all'altro quadrato. Cioè il quadrato precedente è dentro quello successivo.

**Sonia: prova a fare la tabella e vediamo.**

(Alessandro scrive alla lavagna quello che ha scritto sul quaderno.)

Alessandro: Ci sarebbe la G ma è troppo grande

**Sonia: Questa cosa che state dicendo si può scrivere come un'espressione matematica?**

Alessandro: Qui fai i lati, poi fai l'area interna del quadrato, poi di là le frazioni (spiegazione di cosa contengono le colonne della tabella)

**Sonia: Voi avete scoperto che raddoppiando il lato di quanto diventa più grande l'area?**

Jan Paul (dal posto): di  $3/4$ ?

**Sonia: Se voi raddoppiate il lato, all'area cosa succede?**

Alessandro: Diventa sempre più grande?

Sveva: Anche lei raddoppia?

Matteo: Di quattro

**Sonia: Nella prima colonna si raddoppia il lato, nella seconda colonna l'area raddoppia?**

Matteo: Quadruplica

Sara: Diventa 4 volte.

**Sonia: Tu Malik cosa hai disegnato? Puoi spiegare?**

Malik (legge): Q U A D R A T O... Quadrato.

**Sonia: Quindi hai disegnato dei quadrati. Qui quanti quadretti ci sono?**

Malik (conta i quadretti): 1 2 3 4. 4

**Sonia: Qui?**

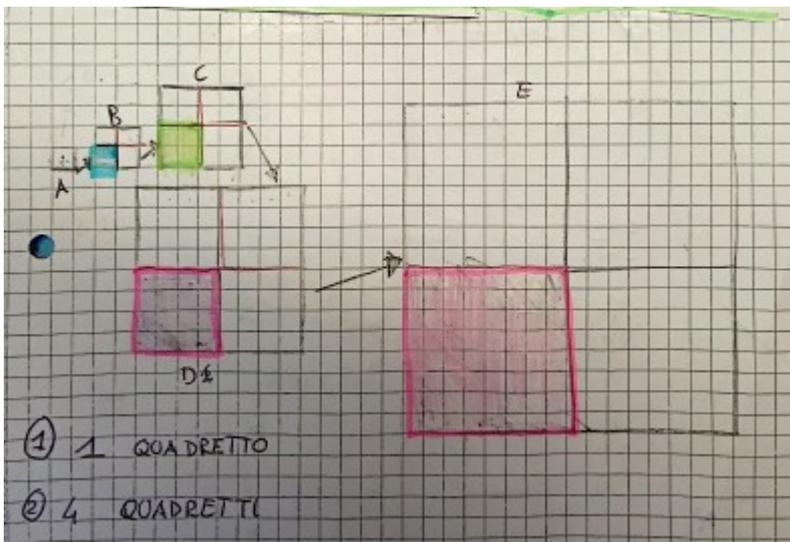
Malik: conta i quadrati e arriva 16

### Malik

**Sull'inclusione:** Sonia nel lavoro pur complesso dell'area ha inserito e ha stimolato Malik a rispondere e partecipare con la classe, sul quaderno Malik ha disegnato dei quadrati colorati, è stato aiutato da Matteo e anche nella presentazione del lavoro ha dovuto contare i quadrati all'interno del quadrato, quindi ha contato l'area del quadrato.

Penso che qui sia la chiave dell'inclusione, Sonia insieme alla maestra Federica e insieme a tutta la classe riescono a inserire Malik e tutti i bambini con le loro particolarità, la classe infatti non è per nulla omogenea, anzi, ognuno emerge con le sue particolarità, ma è proprio in questi momenti che mi rendo conto di quanto l'insegnante e l'impostazione del team docente fa sulla partecipazione di tutti.

Lavoro di Sveva:

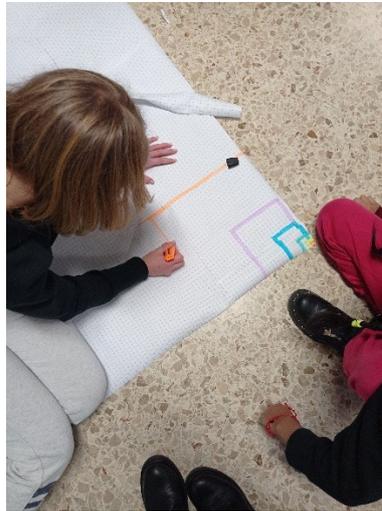


③ segue: secondo noi il quadrato precedente diventa il  $\frac{1}{4}$  del quadrato successivo  $\times 4$ .

LONG. LATI	AREA	FRAZIONI	
1	1Q.	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{4}$ DI B
2	4Q.	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$ DI C
4	16Q.	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{4}$ DI D
8	64Q.	$\frac{16}{64}$	$\frac{1}{4}$ DI E
16	256Q.	$\frac{64}{256}$	$\frac{1}{4}$ DI F
32	1024Q.	$\frac{256}{1024}$	$\frac{1}{4}$ DI G

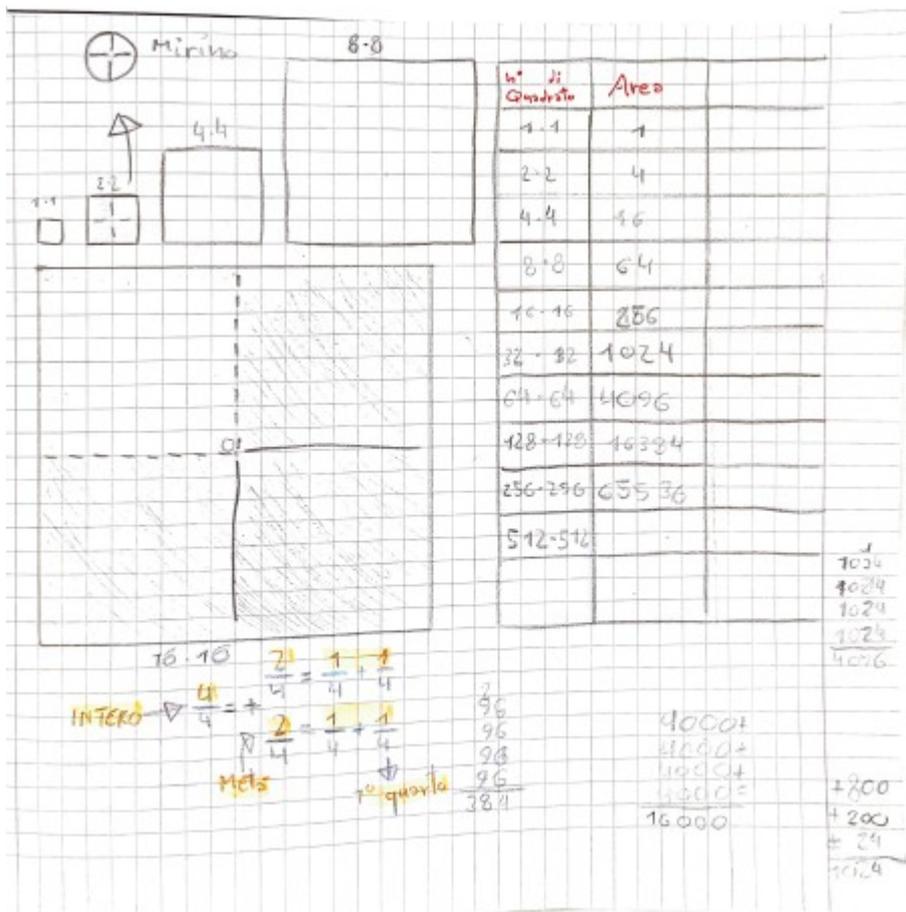
### Sole Ginevra Stefany Omar Jan Paul

I bambini si sono mossi come gli altri eseguendo la moltiplicazione del lato del quadrato, quando hanno scoperto che non ci stava sul foglio del quaderno non si sono fermati, hanno deciso di prendere un cartellone di carta a quadretti e hanno realizzato dei quadrati grandi per andare poi a disegnare ogni quadrato, dal più piccolo al più grande. 1x1 2x2 4x4 8x8 16x16 ecc.



Sole Ginevra Stefany e Omar lavorano sulla costruzione di un quadrato con lato 128 quadretti.

Mentre loro lavorano in modo pratico mettendo le mani in pasta, Jan Paul lavora in autonomia sul quaderno e crea questa ipotesi che mi spiega (sbobino il suo ragionamento):



J.P: C'è lo zampino delle frazioni...

ME: Tu hai disegnato dei quadrati...

J.P: 16x16 diviso 2 fa 8... ma 8 x 8 allora è un quarto del 16x16

ME: Perché se io sto raddoppiando il lato diventa x4?

J.P.: Il lato diventa 2 volte... e anche qua diventa due volte e quindi diventa per 4... vedi guarda... (e mi fa vedere che misurando diventa x 2 da tutte le parti e quindi x 4).

PRESENTAZIONE:

Jan Paul scrive alla lavagna la tabella

**Sonia: Guardate bene come è fatto questo foglio.** (indica il foglio del lavoro che hanno svolto i bambini)

Sole: All'inizio abbiamo disegnato un quadrato 1 x 1 poi l'abbiamo raddoppiato, poi 2 poi 4 poi 8 fino al 16 x 16 poi ci siamo accorti che il quadrato 32 x 32 non ci stava e quindi abbiamo deciso di fare in un foglio più grande 128 x 128.

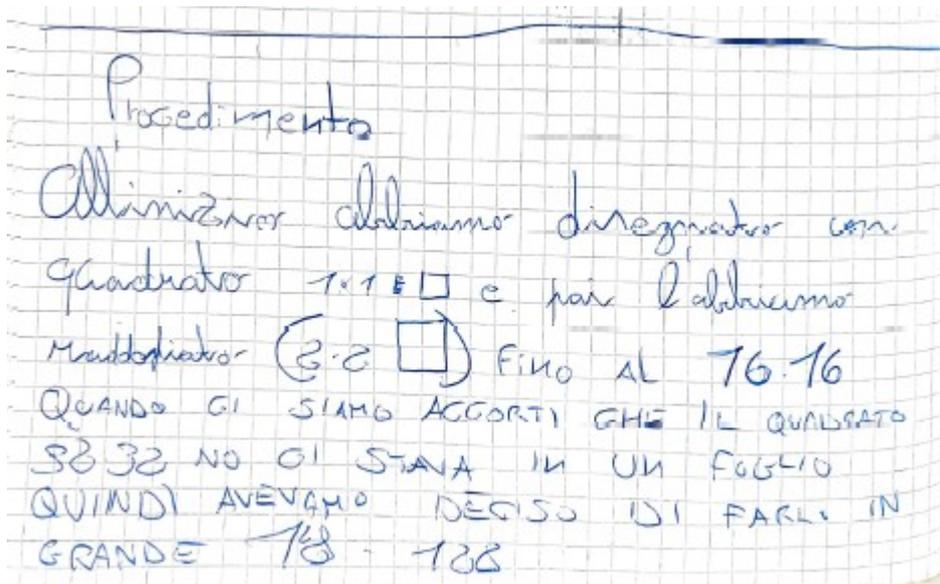
Ginevra: Visto che il foglio era largo 100 inizialmente abbiamo aggiunto una parte di 28 centimetri per arrivare a 128. E adesso è 128 x 128

J.P: Sto scrivendo come io ho ragionato quando facevano il cartellone e stavo calcolando quant'era l'area dei quadrati... visto che abbiamo fatto 128 x 128 ci è venuta l'area di 16 384 quadretti. Poi abbiamo fatto tutti 'sti calcoli e abbiamo diviso in 4 parti i quadrati e poi abbiamo fatto i calcoli. E abbiamo scoperto che è 1/4.

**Sonia: Vorrei capire i ragionamenti di Jan Paul. Sulla cosa delle frazioni vi torna? Siete d'accordo con il loro gruppo?**

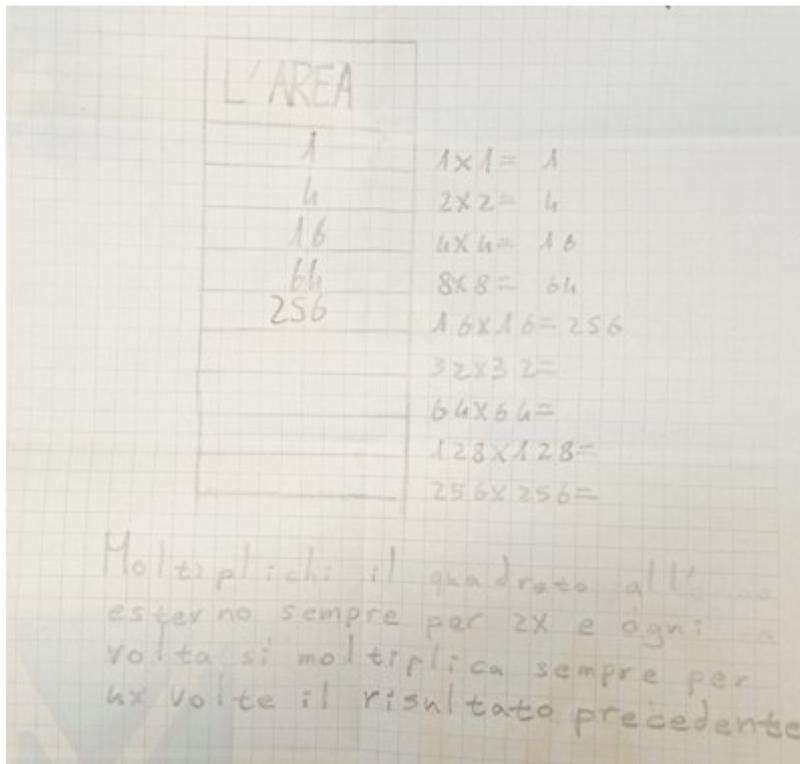
Si

## Procedimento descritto da Sole



### Davide Gaia Marco

Questo gruppo ha lavorato inizialmente insieme, poi a causa degli assenti è stato unito ad un altro gruppo.



Marco è arrivato subito ad una soluzione: "Moltiplicando il quadrato all'esterno sempre per  $2x$  e ogni volta si moltiplica sempre per  $4x$  volte il risultato precedente"

Davide ha provato a spiegare come poteva diventare più grande il quadrato moltiplicando i lati e contando i quadretti all'interno disegnando la tabella e cercando le soluzioni alle operazioni. Il gruppo è poi stato unito con il gruppo successivo e quindi hanno ampliato il lavoro.

## Cloe Yassmin Sabiha Kevin Sara

I bambini iniziano a disegnare i quadrati raddoppiando il lato e si accorgono che non ci stanno nel foglio,



così decidono di prendere anche loro il cartellone di carta a quadretti, decidono di fare un quadrato di 98 perché il foglio ha lato 100 e quindi scelgono di fare un quadrato di 98. Siamo sicuri che quello che stanno facendo è corretto? L'idea di Cloe è quella di dimezzare il lato, quindi non iniziare a raddoppiare, ma partire da un numero e dimezzare.

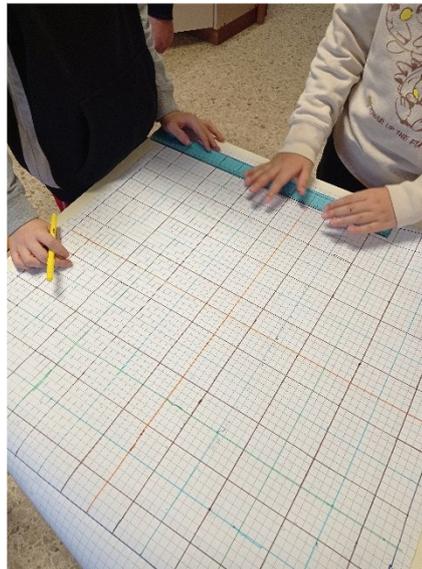
Quando chiedo il motivo della scelta del 98 mi dicono che è pari quindi si può dimezzare. Provo a far capire loro che non è quello richiesto dalla consegna.  $1 \times 1$   $2 \times 2$   $4 \times 4$   $8 \times 8$   $16 \times 16$   $32 \times 32$   $64 \times 64$

Arriviamo a definire che dobbiamo disegnare un quadrato di lato 64 e dentro trovare i quadrati dimezzando il lato (loro svolgono il ragionamento opposto agli altri bambini), ma quanti quadrati piccoli troviamo nel quadrato grande?

Il giorno successivo che continuano il lavoro e si uniscono anche Marco e Davide i bambini si mettono a fare una

griglia colorata dentro il quadrato di lato 32 poi 16 poi 8 poi 4 poi 2 poi 1:

Usano colori diversi per riuscire a distinguere modo riescono visualizzare sempre la che quadruplica. Sara e Davide hanno avuto dei quadrati di quelle dimensioni e di quei per far capire il ragionamento e che si per sovrapporli al quadrato di  $64 \times 64$ .



i quadrati, in questo questione dell'aria l'idea anche di creare colori corrispondenti possono usare anche

Nell'esposizione i bambini hanno fatto un po' per la timidezza e Sonia entra in aiuto con

**PRESENTAZIONE:**

Marco: Abbiamo fatto questo lavoro

**Sonia: Ci dite cosa avete fatto e pensato?**

Davide: Abbiamo fatto l'area del quadrato più grande e poi abbiamo diviso sempre di più. Quello arancione divide il quadrato e poi abbiamo fatto tutti gli altri più piccoli che dividono ancora il quadrato.

**Sonia: Avete diviso in questo modo perché?**

...

**Sonia: Vedo dei colori quindi c'è un motivo**

fatica a spiegarsi forse domande stimolo.

Davide: Come vedi il quadrato marrone, giallo, azzurro... capito?

**Sonia: Mi sembra Marco che avete anche ragionato sulla tabella?**

Davide: Marco e Kevin...

Sara: Voi avete aggiunto le linee e avete diviso, invece noi abbiamo fatto questi quadrati che sono i quadrati che si trovano dentro tipo l'arancione e siamo andati avanti.

**Sonia: Io ho letto anche il ragionamento di Marco, ti va di dircelo?**

Marco: ...

Kevin: Moltiplichiamo il quadrato all'esterno sempre per 2 e ogni volta si moltiplica per 4 volte il risultato precedente, ha scritto questo.

### **Da una ricerca matematica alla strutturazione e formalizzazione della formula dell'area del quadrato**

L'attività nasce dalla ricerca matematica di Sveva che ha permesso alla classe di compiere dei ragionamenti interessanti, in questo modo i bambini hanno iniziato a pasticciare con l'idea di area e hanno iniziato a ragionarci strutturando l'esperienza. Mi sembra di vedere in questo una progettazione euristica in tutti i sensi in cui il pasticciamento avviene nella mente e con la mente e le idee, e di seguito le esperienze iniziano a strutturare delle conoscenze. I bambini hanno manipolato, pensato, ragionato, hanno lavorato in gruppi, hanno esposto le loro idee, hanno scritto delle formule, hanno pensato come dei matematici.